ข้อมูลที่อาจจำเป็นต้องใช้

$$X = \begin{vmatrix} \frac{L_1 s - R_2 + R_1}{L_1} & \frac{R_2}{L_1} \\ -\frac{R_2}{L_2} & \frac{L_2 s + R_2}{L_2} \end{vmatrix} = \frac{L_1 L_2 s^2 + (R_1 L_2 - R_2 L_2 + R_2 L_1)s + R_1 R_2}{L_1 L_2} \qquad X = -\begin{vmatrix} \frac{R_2}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{L_2 s + R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \end{vmatrix} = -\frac{s}{L_1}$$

$$X = -\begin{vmatrix} \frac{L_1 s - R_2 + R_1}{L_1} & \frac{R_2}{L_1} \\ -\frac{R_2}{L_2} & \frac{L_2 s + R_2}{L_2} \end{vmatrix} = -\frac{L_1 L_2 s^2 + (R_1 L_2 - R_2 L_2 + R_2 L_1)s + R_1 R_2}{L_1 L_2} \qquad X = \begin{vmatrix} \frac{R_2}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{L_2 s + R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \end{vmatrix} = \frac{s}{L_1}$$

$$X = -\begin{vmatrix} \frac{L_1 s - R_2 + R_1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ -\frac{R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \end{vmatrix} = \frac{L_1 s + R_1}{L_1 L_2} \qquad X = \begin{vmatrix} \frac{L_1 s - R_2 + R_1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ -\frac{R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \end{vmatrix} = -\frac{L_1 s + R_1}{L_1 L_2}$$

$$X = -\begin{vmatrix} \frac{L_1 s - R_2 + R_1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ -\frac{1}{C} & s \end{vmatrix} = -\frac{L_1 C s^2 + (R_1 - R_2)Cs - 1}{L_1 C} \qquad X = \begin{vmatrix} \frac{L_1 s - R_2 + R_1}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ -\frac{1}{C} & s \end{vmatrix} = \frac{L_1 C s^2 + (R_1 - R_2)Cs - 1}{L_1 C}$$

$$X = -\begin{vmatrix} \frac{L_1 s - R_2 + R_1}{L_1} & \frac{R_2}{L_1} \\ -\frac{1}{C} & \frac{1}{C} \end{vmatrix} = \frac{-L_1 s - R_1}{L_1 C} \qquad X = \begin{vmatrix} \frac{L_1 s - R_2 + R_1}{L_1} & \frac{R_2}{L_1} \\ -\frac{1}{C} & \frac{1}{C} \end{vmatrix} = \frac{L_1 s + R_1}{L_1 C}$$

$$X = -\begin{vmatrix} -\frac{R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ -\frac{1}{C} & s \end{vmatrix} = \frac{R_2 C s + 1}{L_2 C} \qquad X = \begin{vmatrix} -\frac{R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ -\frac{1}{C} & s \end{vmatrix} = -\frac{R_2 C s + 1}{L_2 C}$$

$$X = -\begin{vmatrix} \frac{L_2 s + R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & s \end{vmatrix} = -\frac{L_2 C s^2 + R_2 C s + 1}{L_2 C} \qquad X = \begin{vmatrix} \frac{L_2 s + R_2}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & s \end{vmatrix} = \frac{L_2 C s^2 + R_2 C s + 1}{L_2 C}$$

$$X = -\begin{vmatrix} \frac{R_2}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C} & s \end{vmatrix} = \frac{-R_2 C s - 1}{L_1 C} \qquad X = \begin{vmatrix} \frac{R_2}{L_1} & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C} & s \end{vmatrix} = \frac{R_2 C s + 1}{L_1 C}$$

$$X = -\begin{vmatrix} -\frac{R_2}{L_2} & \frac{L_2 s + R_2}{L_2} \\ -\frac{1}{C} & \frac{1}{C} \end{vmatrix} = -\frac{s}{C} \qquad X = \begin{vmatrix} -\frac{R_2}{L_2} & \frac{L_2 s + R_2}{L_2} \\ -\frac{1}{C} & \frac{1}{C} \end{vmatrix} = \frac{s}{C}$$

Table 2.1 Laplace transform table

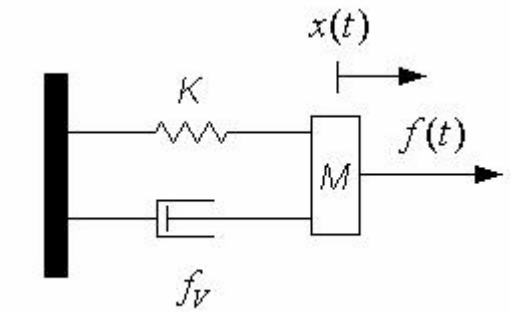
Item no.	$f(t)$	$F(s)$
1.	$\delta(t)$	1
2.	$u(t)$	$\frac{1}{s}$
3.	$tu(t)$	$\frac{1}{s^2}$
4.	$t^n u(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5.	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$
6.	$\sin \omega t u(t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
7.	$\cos \omega t u(t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$

Table 2.2 Laplace transform theorems

Item no.	Theorem		Name
1.	$\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$	$= \int_{0-}^{\infty} f(t)e^{-st}dt$	Definition
2.	$\mathcal{L}[kf(t)]$	$= kF(s)$	Linearity theorem
3.	$\mathcal{L}[f_1(t)+f_2(t)]$	$= F_1(s)+F_2(s)$	Linearity theorem
4.	$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)]$	$= F(s+a)$	Frequency shift theorem
5.	$\mathcal{L}[f(t-T)]$	$= e^{-sT}F(s)$	Time shift theorem
6.	$\mathcal{L}[f(at)]$	$= \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$	Scaling theorem
7.	$\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right]$	$= sF(s)-f(0-)$	Differentiation theorem
8.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^2f}{dt^2}\right]$	$= s^2F(s)-sf(0-)-\dot{f}(0-)$	Differentiation theorem
9.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^nf}{dt^n}\right]$	$= s^nF(s)-\sum_{k=1}^{n} s^{n-k}f^{k-1}(0-)$	Differentiation theorem
10.	$\mathcal{L}\left[\int_{0-}^{t} f(\tau)\,d\tau\right]$	$= \frac{F(s)}{s}$	Integration theorem
11.	$f(\infty)$	$= \lim_{s\to 0} sF(s)$	Final value theorem[1]
12.	$f(0+)$	$= \lim_{s\to \infty} sF(s)$	Initial value theorem[2]

[1] For this theorem to yield correct finite results, all roots of the denominator of $F(s)$ must have negative real parts and no more than one can be at the origin.
[2] For this theorem to be valid, $f(t)$ must be continuous or have a step discontinuity at $t = 0$ (i.e., no impulses or their derivatives at $t = 0$).

1. จากระบบในรูปที่ 1 จงหาสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $f(t)$ และ $x(t)$ และหา transfer function ของระบบใน s-domain กำหนดให้เงื่อนไขค่าเริ่มต้น (initial condition) เป็น 0 (*3 คะแนน* : ควรใช้เวลาไม่เกิน 15 นาที)



รูปที่ 1

เมื่อ $f(t)$ คือ แรง

$x(t)$ คือ ระยะกระจัด

M คือ มวล

K คือ ค่าคงที่สปริง

f_V คือ สัมประสิทธิ์ความเสียดทานหน่วง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

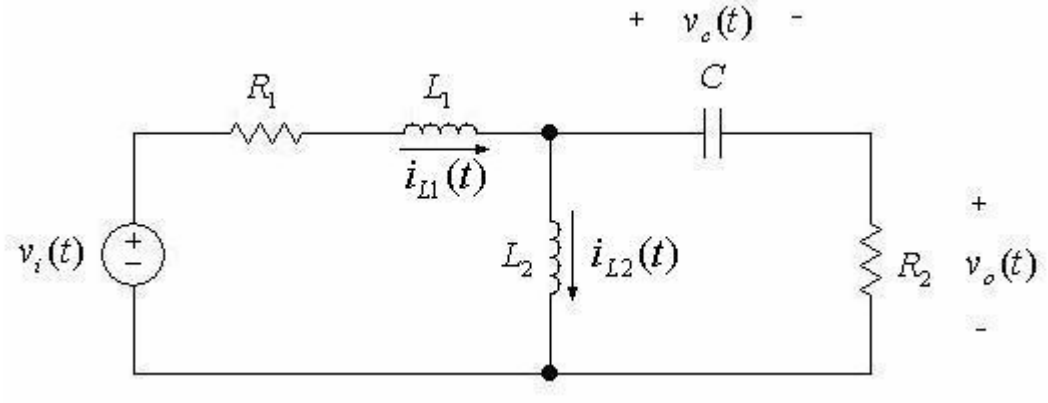
.....

.....

.....

.....

2. จากระบบที่กำหนดให้ในรูปที่ 2 จงแสดง state space representation ของระบบ พร้อมทั้งทำการแปลง state space representation ให้อยู่ในรูปของ transfer function ด้วย (*10 คะแนน* : ควรใช้เวลาไม่เกิน 1 ชม. 30 นาที)



รูปที่ 2

<u>เงื่อนไข</u>

2.1 กำหนดให้ใช้ตัวแปรสเตตดังนี้ $i_{L1}(t)$, $i_{L2}(t)$, $v_C(t)$

2.2 ในการเขียนสมการ state space representation ของระบบในรูปแบบของเมตริกซ์ ให้เรียงลำดับของสมาชิกใน state vector ดังนี้ $\begin{bmatrix} i_{L1}(t) \\ i_{L2}(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix}$

2.3 กำหนดให้

$$\det(sI - A) = \left(s^3 + \frac{(L_1R_2 + R_1L_2 - L_2R_2)}{L_1L_2} s^2 + \frac{(R_1R_2C + L_1 - L_2)}{L_1L_2C} s + \frac{R_1}{L_1L_2C} \right)$$

2.4 ใช้ข้อมูล*<u>ที่จำเป็น</u>*ในหน้าที่ 1 มาประกอบการคำนวณหาผลลัพธ์

2.5 ในการหา transfer function ไม่จำเป็นต้องหาผลลัพธ์ที่สมบูรณ์ซึ่งอยู่ในรูปแบบมาตรฐานของ transfer function ให้แสดงเฉพาะสมการที่ใช้ในการหา transfer function พร้อมทั้งแทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ในสมการให้ถูกต้องครบถ้วน

2.6 หลังจากที่คำนวณหาสมการ state space representation เสร็จแล้ว ให้เขียนสรุปสมการ state space representation ที่ได้อีกครั้งในช่องว่างที่เตรียมไว้ให้ในหน้าที่ 6

.....

.....

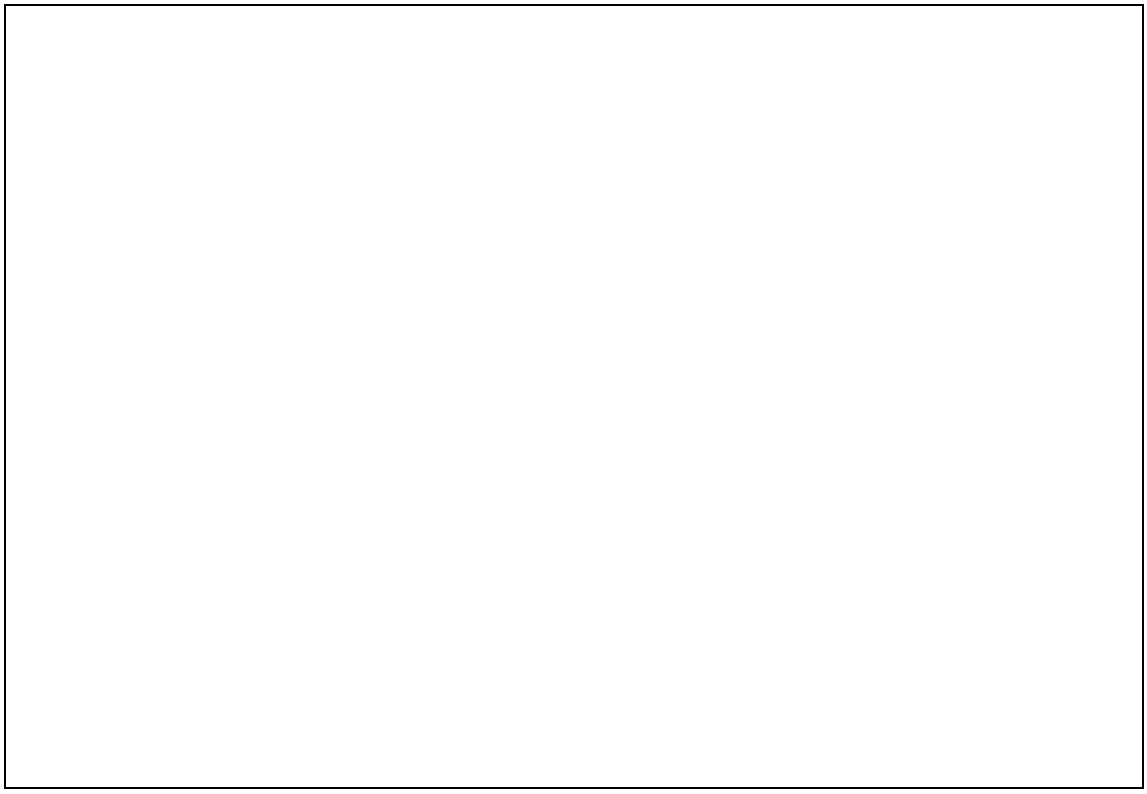
.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

สมการ state space representation ที่ได้ คือ

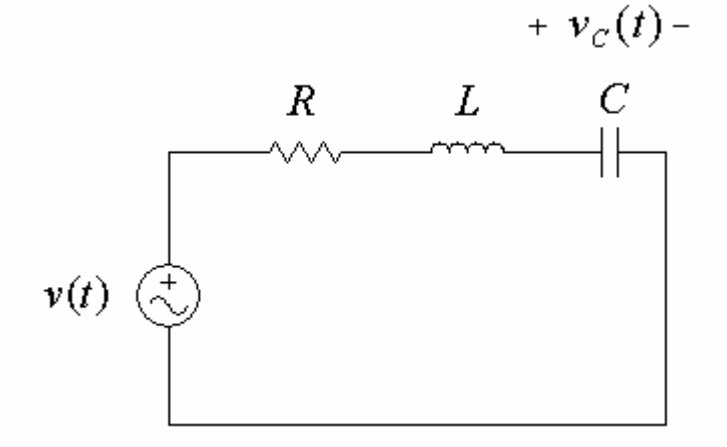


ทำการแปลง state space representation ให้เป็น transfer function ต่อไป

3. จากระบบของวงจรไฟฟ้าในรูปที่ 3

กำหนดให้ $v(t)$ เป็นอินพุตของวงจร

$v_C(t)$ เป็นเอาต์พุตของวงจร



รูปที่ 3

จะได้ transfer function ของวงจรดังนี้

$$\frac{V_C(s)}{V(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้ (ควรใช้เวลาไม่เกิน 30 นาที)

3.1 จงแสดงสมการทั่วไปของระบบอันดับ 2 (general second-order system)

เมื่อกำหนดให้ $R(s)$ เป็นอินพุต และ $C(s)$ เป็นเอาต์พุต (*1 คะแนน*)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3.2 จาก transfer function ในข้อที่ 3.1 จงหาค่า natural frequency (ω_n) และ damping ratio (ς) ของวงจรในรูปที่ 3 (*2 คะแนน*)

.....

.....

.....

.....

.....

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

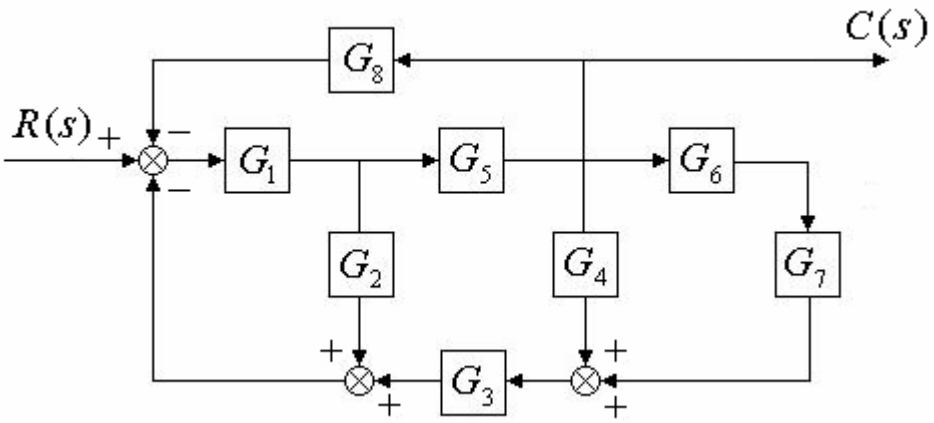
3.3 ถ้าหากต้องการปรับ natural frequency โดยไม่ทำให้เกิดผลกระทบต่อค่า damping ratio ของวงจรในรูปที่ 3 จะต้องทำอย่างไร (*1 คะแนน*)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3.4 ถ้าหากต้องการปรับ damping ratio โดยไม่ทำให้เกิดผลกระทบต่อค่า natural frequency ของวงจรในรูปที่ 3 จะต้องทำอย่างไร (*1 คะแนน*)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. จาก block diagram ในรูปที่ 4 จงทำการลดรูปให้เหลือ transfer function เพียง block เดียว (*5 คะแนน* : ควรใช้เวลาไม่เกิน 40 นาที)



รูปที่ 4

ชื่อ.....รหัสนักศึกษา.....ตอน..... 12

ชื่อ.....รหัสนักศึกษา.....ตอน..... 13