มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษา 2 ปีการศึกษา 2548

วันที่ 14 ธันวาคม 2548 เวลา 13.30 – 16.30.

วิชา ***CE 220-504: Introduction to Finite Element Method*** ห้องสอบ A 203

ชื่อ-สกุล...

รหัส...........................

คำชี้แจง

1.ข้อสอบทั้งหมดมี 4 ข้อ คะแนนรวม 100 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง

2.ข้อสอบมีทั้งหมด 3 หน้า (รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ)

3.ให้ทำหมดทุกข้อลงในสมุดคำตอบ

4.อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด

5.ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใด ๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

6. ***Open Books***

7. ***GOOD LUCK***

ตารางคะแนน

ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	25	
2	25	
3	25	
4	25	
รวม	100	

Problem 1 (25 Points)

Construct the weak form and whenever possible, quadratic functional of the differential equation and boundary conditions described below:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(a_{11}\frac{\partial u}{\partial x}+a_{12}\frac{\partial u}{\partial y}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(a_{21}\frac{\partial u}{\partial x}+a_{22}\frac{\partial u}{\partial y}\right)+f=0 \colon on\, \Omega$$

<u>Boundary Conditions:</u>

$$u=u_0 \ on\, \Gamma_1$$

and

$$\left(a_{11}\frac{\partial u}{\partial x}+a_{12}\frac{\partial u}{\partial y}\right)n_x+\left(a_{21}\frac{\partial u}{\partial x}+a_{22}\frac{\partial u}{\partial y}\right)n_y=t_0 \colon on\, \Gamma_2$$

where $a_{ij}=a_{ji}$ and f are given functions of position (x, y) in a two-dimensional domain Ω, and u_0 and t_0 are known functions on portions Γ_1 and Γ_2 of the boundary Γ: $\Gamma_1+\Gamma_2=\Gamma$

Problem 2 (25 Points)

Consider the differential equation

$$-\frac{d^2u}{dx^2}=\cos\pi x : 0<x<1$$

and subjected to the following boundary conditions:

$$u(0)=0 \text{ and } u(1)=0$$

Determine a three-parameter solution with trigonometric function using the Ritz Method.

<u>**Note:**</u>

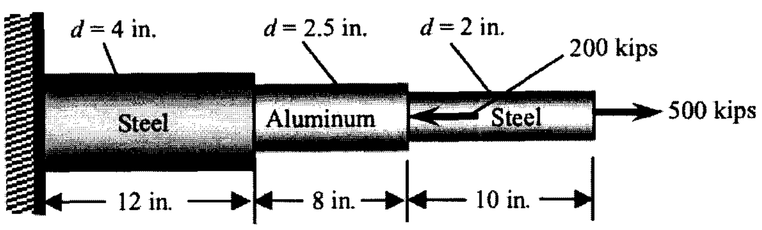
$$\int_0^1 \sin\alpha_i x \sin\alpha_j x\, dx=\begin{cases}0 & if \quad i\neq j\\ \frac{1}{2} & if \quad i=j\end{cases}$$

$$\int_0^1 \cos\alpha_i x \cos\alpha_j x\, dx=\begin{cases}0 & if \quad i\neq j\\ \frac{1}{2} & if \quad i=j\end{cases}$$

For the minimum number of linear elements, give

(a) the boundary conditions on the nodal variables (primary as well as secondary)

(b) the final condensed finite element equations for the unknowns



Problem 3 (25 Points)

Axial Deformation of A Bar

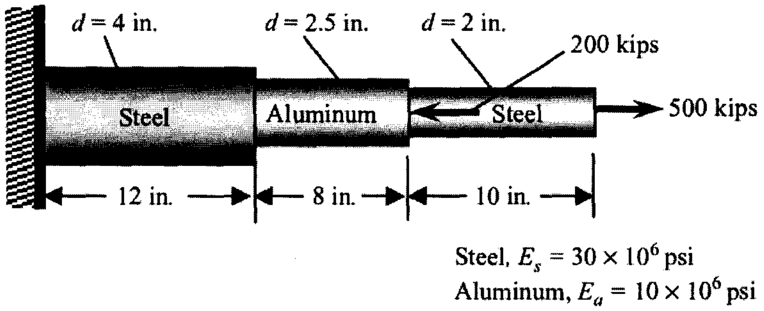
The governing differential equation is of the form:

$$-\frac{d}{dx}\left[EA\frac{du}{dx}\right]=0;\ 0<x<L$$

For the minimum number of linear elements, give

(a) the boundary conditions on the nodal variables (primary as well as secondary)

(b) the final condensed finite element equations for the unknowns



Problem 4 (25 Points)

Solve the following differential equation for the natural (or Neumann) boundary conditions:

$$-\frac{d^2u}{dx^2}-u+x^2=0:0<x<1$$

Natural Boundary Conditions:

$$\left(\frac{du}{dx}\right)_{x=0}=1 \text{ and } \left(\frac{du}{dx}\right)_{x=1}=0$$

Use the uniform mesh of three linear finite elements to solve the problem.