มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษา 2 ปีการศึกษา 2549

วันที่ 20 ธันวาคม 2549 เวลา 13.30 – 16.30.

วิชา CE 220-504: Introduction to Finite Element Method ห้องสอบ A 203

ชื่อ-สกุล..

รหัส............................

คำชี้แจง

1.ข้อสอบทั้งหมดมี 4 ข้อ คะแนนรวม 100 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง

2.ข้อสอบมีทั้งหมด 4 หน้า (รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ)

3.ให้ทำหมดทุกข้อลงในสมุดคำตอบ

4.อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด

5.ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

6. ***Open Books***

7. ***GOOD LUCK***

ตารางคะแนน

ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	30	
2	30	
3	20	
4	20	
รวม	100	

Problem 1 (30 Points)

Consider a boundary value problem:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} - \phi = 0 \quad , \quad 0 < x < 1$$
$$\phi(0) = 0$$
$$\frac{d\phi(1)}{dx} = 10$$

Let $\phi \approx \hat{\phi} = \sum_{m=1}^{M} a_m N_m$ where a set N_m is selected such that the condition at x = 0 is automatically satisfied.

(a) Write the weighted residual statement of this problem. (5 points)

(b) If $N_m = x^m \, (m = 1, 2, ..., M)$, use the appropriate weighting function W_l (l=1,2,...,M) to obtain $\hat{\phi}(x)$ when

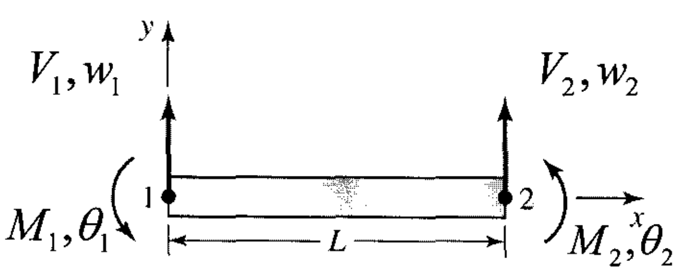
- $W_l = \delta(x - x_l)$; point collocation
- $W_l = N_l$; <u>weak form</u> of Galerkin's equation

Use M = 5. (20 points)

(c) Solve this differential equation analytically. (5 points)

Problem 2 (30 Points)

Consider a thin beam element with the governing equation and boundary equations being as shown below



$$EI\frac{d^4w}{dx^4} = 0 \, , 0 < x < \mathrm{L}$$
$$EI\frac{d^3w}{dx^3} = V_1 \, , x = 0$$
$$-EI\frac{d^2w}{dx^2} = M_1 \, , x = 0$$
$$-EI\frac{d^3w}{dx^3} = V_2 \, , x = \mathrm{L}$$
$$EI\frac{d^2w}{dx^2} = M_2 \, , x = \mathrm{L}$$

(a) Derive the total potential energy of this beam. Then, from the variational principle, formulate the stiffness matrix **K** and the force vector **F** corresponding to $\{w_1 \quad \theta_1 \quad w_2 \quad \theta_2\}$ where $\theta = \dfrac{dw}{dx}$. (10 points)

(b) Show that we can obtain the matrices **K** and **F** by using the weak form of Galerkin's equation which are identical to the ones in (a). (15 points)

(c) Show that the operator $\dfrac{d^4(.)}{dx^4}$ is self-adjointed. (5 points)

Problem 3 (20 Points)

Axial Deformation of A Bar

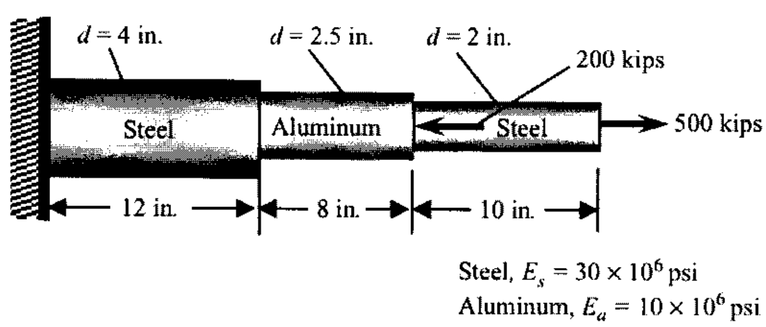
The governing differential equation is of the form:

$$-\frac{d}{dx}\left[EA\frac{du}{dx}\right] = 0; 0 < x < L$$

For the minimum number of linear elements, give

(a) the boundary conditions on the nodal variables (primary as well as secondary variables)

(b) the final condensed finite element equations for the unknowns.



Problem 4 (20 Points)

Construct the shape functions of the 6-node triangular element (x,y co-ordinate). Show intermediate steps of calculation.