

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบปลายภาค ประจำปีภาคการศึกษา 2
วันที่ 24 กุมภาพันธ์ 2549
วิชา Intro to Theory of elastic stability
รหัสวิชา 221-402

ปีการศึกษา 2549
เวลา 9.00 – 12.00 น.
ห้องสอบ A400
ผู้สอน ผศ.เอกรัฐ สมัครัฐกิจ

ชื่อ-สกุล.....

รหัส.....

คำชี้แจง

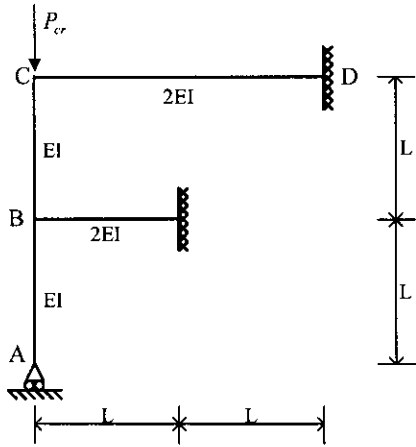
1. ข้อสอบทั้งหมดมี 6 ข้อ ให้นักศึกษาเลือกทำ 5 ข้อ คะแนนรวม 50 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 9 หน้า (ไม่รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ) และห้ามแกะหรือฉีกข้อสอบออกจากเล่ม
3. ให้ทำหมดทุกข้อลงในกระดาษคำตอบ
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ ทูจจริตจะได้ E
5. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด
6. ให้เขียนรหัสในสมุดคำถามทุกหน้า
7. กระดาษทดที่แจกให้ไม่ต้องส่งคืน ถ้าไม่พอขอเพิ่มที่อาจารย์คุมสอบ
8. ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

ตารางคะแนน

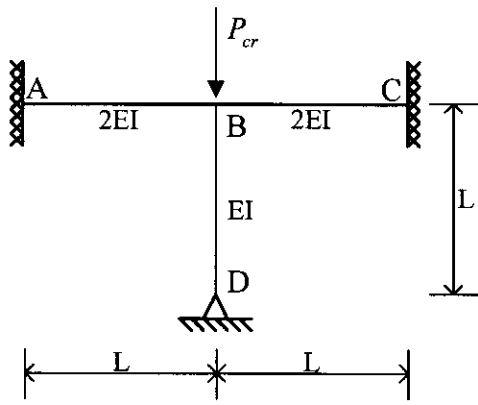
ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
6	10	
รวม	50	

ทูจจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำ คือ พักการเรียน 1 ภาคการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่ทูจจริต

ข้อที่ 1 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของโครงข้อแข็งดังแสดงในรูป โดยวิธีสมการความลาดชัน-การโก่งตัว (Slope Deflection Method)



ข้อที่ 2 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของเสาในโครงข้อแข็งดังแสดงในรูปโดยวิธีเมตริกซ์



ข้อที่ 3 สมการที่ a เป็นสมการกำลังสามของแรง P (แรงอัดตามแนวแกน) ซึ่งรากของสมการคือแรงวิกฤตของชิ้นส่วนสำหรับกรณีี่หน้าตัดใดๆ ที่คำนึงผลของการบิดด้วย สำหรับรูปหน้าตัดที่มี x เป็นแกนสมมาตรจะได้ $y_0 = 0$ จงอธิบายผลเฉลยที่ได้

$$(P_y - P)(P_x - P)(P_\phi - P) - (P_y - P)\frac{P^2 x_0^2}{r_0^2} - (P_x - P)\frac{P^2 y_0^2}{r_0^2} = 0 \quad (a)$$

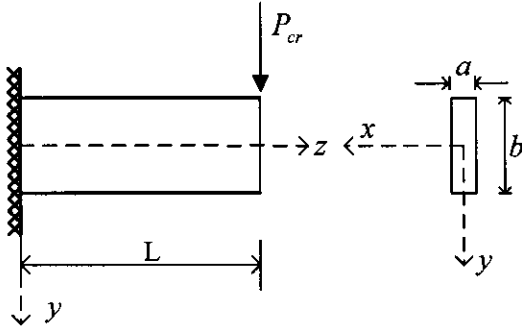
โดยที่

$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \quad P_x = \frac{\pi^2 EI_x}{L^2} \quad P_\phi = \frac{1}{r_0^2} \left[GJ + \frac{\pi^2 EC_w}{L^2} \right]$$

ข้อที่ 4 จงหาความยาวสูงสุดของคานยื่นหน้าแคบที่รับแรง P ถ้าในการออกแบบไม่ต้องการคำนึง

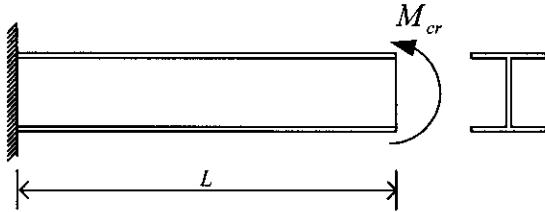
ผลการเกิดการโก่งเดาะด้านข้าง (Lateral Buckling , $P_{cr} = \frac{4.013\sqrt{EI_y GJ}}{L^2}$) และหน่วย

แรงสูงสุดต้องไม่เกินกำลังคลาก (F_y)



ข้อที่ 5 จงวิเคราะห์โมเมนต์วิกฤตของคานยี่นที่มีหน้าตัดรูปตัวไอมีความยาว L ดังแสดงในรูป โดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์ สมมติฟังก์ชันการเปลี่ยนรูปคือ $u = A(1 - \cos(\pi z/L))$ และ $\beta = B(1 - \cos(\pi z/L))$ กำหนดให้ Total Potential Energy ในกรณีที่ยื่นรับโมเมนต์ตัดคือ

$$U + V = \frac{1}{2} EI_y \int_0^L \left(\frac{d^2 u}{dz^2}\right)^2 dz + \frac{1}{2} GJ \int_0^L \left(\frac{d\beta}{dz}\right)^2 dz + \frac{1}{2} EC_w \int_0^L \left(\frac{d^2 \beta}{dz^2}\right)^2 dz - M \int_0^L \frac{du}{dz} \frac{d\beta}{dz} dz$$



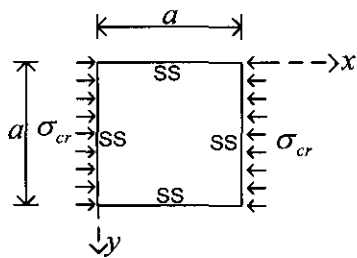
ข้อที่ 6 วิเคราะห์หน่วยแรงวิกฤตประมาณโดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์ ของแผ่นบางที่มีความหนา h โดยมีการยึดรั้งที่ขอบทั้ง 4 ด้านเป็นแบบหมุด (Simply Supports) ดังแสดงในรูป กำหนดให้

$$y = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}$$

กำหนดให้

$$U = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^a \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\mu) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy$$

$$V = -\frac{1}{2} \int_0^a \int_0^a \left(N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_y \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2N_{xy} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) dx dy$$



เอกสารประกอบ

Slope Deflection Equation

$$M_A = \frac{EI}{L}(\alpha_n \theta_A + \alpha_f \theta_B) - (\alpha_n + \alpha_f) \frac{\Delta}{L} + M_{AB}^F$$

$$M_B = \frac{EI}{L}(\alpha_f \theta_A + \alpha_n \theta_B) - (\alpha_n + \alpha_f) \frac{\Delta}{L} + M_{BA}^F$$

โดยที่

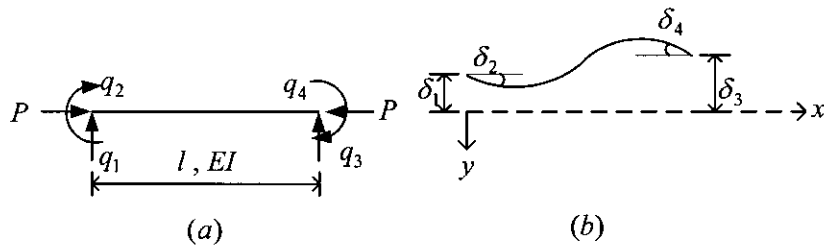
$$\phi_n = \frac{1}{(kL)^2} (1 - kL \cot kL)$$

$$\phi_f = \frac{1}{(kL)^2} (kL \csc kL - 1)$$

$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

Matrix Stiffness



$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2/l \\ q_3 \\ q_4/l \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6 & -12 & -6 \\ -6 & 4 & 6 & 2 \\ -12 & 6 & 12 & 6 \\ -6 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix} - \frac{P}{l} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & -\frac{1}{10} & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & \frac{2}{15} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{30} \\ -\frac{6}{10} & \frac{1}{15} & \frac{6}{10} & \frac{1}{30} \\ \frac{5}{10} & \frac{10}{15} & \frac{5}{10} & \frac{10}{15} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{10} & \frac{2}{15} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2/l \\ \delta_3 \\ \delta_4/l \end{Bmatrix}$$

ตารางที่ A4 สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน
(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n + \alpha_f$	$\alpha_n - \frac{\alpha_f^2}{\alpha_n}$
3.9	6.2041	2.0611	-2.0674	-78.3349	78.5771	0.2422	0.4852
3.8	6.1241	1.0444	-1.0574	-38.1745	38.6503	0.4758	0.9575
3.7	6.0430	0.7030	-0.7230	-24.6852	25.3865	0.7013	1.4225
3.6	5.9608	0.5303	-0.5576	-17.8668	18.7860	0.9192	1.8857
3.5	5.8774	0.4250	-0.4600	-13.7190	14.8490	1.1301	2.3532
3.4	5.7928	0.3532	-0.3963	-10.9082	12.2425	1.3342	2.8316
3.3	5.7070	0.3004	-0.3523	-8.8629	10.3950	1.5321	3.3291
3.2	5.6199	0.2594	-0.3206	-7.2971	9.0212	1.7241	3.8556
3.1	5.5313	0.2260	-0.2974	-6.0519	7.9625	1.9105	4.4242
3.0	5.4414	0.1979	-0.2802	-5.0320	7.1236	2.0917	5.0528
2.9	5.3499	0.1734	-0.2676	-4.1765	6.4443	2.2678	5.7671
2.8	5.2569	0.1514	-0.2586	-3.4449	5.8842	2.4393	6.6059
2.7	5.1622	0.1310	-0.2526	-2.8091	5.4154	2.6063	7.6308
2.6	5.0657	0.1118	-0.2494	-2.2490	5.0180	2.7691	8.9475
2.5	4.9673	0.0930	-0.2486	-1.7499	4.6777	2.9278	10.7543
2.4	4.8669	0.0742	-0.2502	-1.3006	4.3833	3.0827	13.4723
2.3	4.7645	0.0550	-0.2542	-0.8926	4.1266	3.2340	18.1845
2.2	4.6597	0.0347	-0.2610	-0.5194	3.9012	3.3818	28.7813
2.1	4.5526	0.0128	-0.2707	-0.1757	3.7020	3.5263	77.8328
2.0	4.4429	-0.0115	-0.2842	0.1428	3.5248	3.6676	-86.8644
1.9	4.3304	-0.0394	-0.3022	0.4394	3.3665	3.8059	-25.3521
1.8	4.2149	-0.0726	-0.3263	0.7170	3.2244	3.9414	-13.7828
1.7	4.0961	-0.1133	-0.3588	0.9779	3.0962	4.0741	-8.8253
1.6	3.9738	-0.1658	-0.4036	1.2240	2.9801	4.2041	-6.0320
1.5	3.8476	-0.2372	-0.4681	1.4570	2.8747	4.3317	-4.2150

ตารางที่ A4 (ต่อ) สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน
(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n + \alpha_f$	$\alpha_n - \frac{\alpha_f^2}{\alpha_n}$
1.4	3.7172	-0.3422	-0.5666	1.6782	2.7785	4.4568	-2.9221
1.3	3.5820	-0.5145	-0.7329	1.8889	2.6906	4.5795	-1.9437
1.2	3.4414	-0.8554	-1.0682	2.0901	2.6100	4.7001	-1.1690
1.1	3.2949	-1.8716	-2.0792	2.2827	2.5358	4.8185	-0.5343
1.0	3.1414	2026.5757	2026.3730	2.4676	2.4673	4.9349	0.0005
0.9	2.9802	2.1737	1.9757	2.6451	2.4041	5.0493	0.4600
0.8	2.8098	1.1595	0.9658	2.8161	2.3456	5.1617	0.8624
0.7	2.6283	0.8197	0.6300	2.9810	2.2912	5.2723	1.2200
0.6	2.4333	0.6487	0.4628	3.1404	2.2407	5.3811	1.5417
0.5	2.2212	0.5452	0.3630	3.2946	2.1936	5.4882	1.8341
0.4	1.9867	0.4757	0.2969	3.4440	2.1496	5.5937	2.1023
0.3	1.7204	0.4255	0.2500	3.5890	2.1085	5.6975	2.3503
0.2	1.4046	0.3874	0.2150	3.7298	2.0700	5.7999	2.5810
0.1	0.9930	0.3575	0.1881	3.8668	2.0339	5.9007	2.7970
0.0	0.0000	0.3333	0.1667	4.0000	2.0000	6.0000	3.0000

โดยที่

$$kL = L \sqrt{\frac{P}{EI}} = \pi \sqrt{\frac{PL^2}{\pi EI}} = \pi \sqrt{\frac{P}{P_{cr}}}$$

$$\phi_n = \frac{1}{(kL)^2} (1 - kL \cot kL)$$

$$\phi_f = \frac{1}{(kL)^2} (kL \csc kL - 1)$$

$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$