

PRINCE OF SONGKLA UNIVERSITY
FACULTY OF ENGINEERING

Final examination: Semester-II

Academic year: 2006

Date: 19/02/2007

Time: 13:30 -16:30

Subject: 237-460 (Composite Materials)

Room: R300

หมายเหตุ: (จำนวนนักศึกษา 15 คน)

1. ข้อสอบมี 6 ข้อ (+Bonus) 13 หน้า ให้ทำทุกข้อ
2. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารเข้าห้องสอบ ยกเว้นเครื่องคิดเลขได้ทุกรุ่น
3. ให้ทำในกระดาษคำตอบ (ไม่พอบให้ต่อด้านหลังหรือขอกระดาษเพิ่มได้)
4. คะแนนการสอบคิดเป็น 45% ของทั้งภาคการศึกษา

ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	4	
2	7	
3	5	
4	6	
5	9	
6	9	
Bonus	5	
รวม	45	

อ.วิริยะ ทองเรือง

ผู้ออกข้อสอบ

ชื่อ.....นามสกุล.....รหัส.....

ข้อ 1. (4 คะแนน) จงเขียนภาพแสดงถึงรหัส (codes) ที่ใช้แทนวัสดุผสมแผ่นประกบดังต่อไปนี้

1.1 $[35/65/(0)_2/90]_s$

1.2 $[((15)_2/45)_2/\pm 90/0]$

1.3 $[0/\pm 45/0/90]_s$

1.4 $[(0/-90)_2/45]$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ชื่อ.....นามสกุล.....รหัส.....

ข้อ 2. (7 คะแนน) จงพิจารณาข้อความดังกล่าวต่อไปนี้ที่เกี่ยวข้องกับสมบัติเชิงกลของวัสดุผสมว่า ถูก (T) หรือ ผิด (F) และในกรณีที่ผิดคำตอบที่ถูกต้องคืออะไร

..... 2.1 bending moment และ twisting คือคู่ควบเนื่องจากมีแรงกระทำเป็นคู่ในตัวเองแล้ว

..... 2.2 ค่า Poisson's ratio ν_{21} เป็นค่าความสัมพันธ์ของค่าความเครียดในแนว longitudinal เมื่อเทียบกับแนว transverse

..... 2.3 Compliance คือส่วนกลับของ stiffness และเป็นค่าที่วัดถึง flexibility ของวัสดุ

..... 2.4 Matrix B ([B]) มีค่าเป็นศูนย์เฉพาะวัสดุแบบ isotropic หรือแผ่นประกบแบบสมมาตร ที่มีจำนวนแผ่นเป็นเลขคู่เท่านั้น

..... 2.5 วัสดุผสมแผ่นประกบหนึ่งมีจำนวน 4 ชั้น (A, B, C และ D) แต่ละชั้นเส้นใยเรียงด้วยมุมที่ต่างๆกันความหนาเท่ากัน ดังนั้นกรณีที่เรียงแบบ 1) A-B-C-D, 2) B-C-D-A และ 3) D-C-A-B ทำให้ได้ Matrix A (Laminate extensional stiffness matrix [A]) ที่เท่ากัน

..... 2.6 Principal stress (maximum) ที่กระทำกับวัสดุสามารถหาได้จาก direct stresses และ shear stress

..... 2.7 เมื่อทราบ stress σ_{xy} ที่กระทำกับวัสดุผสมแบบ unidirectional แล้วสามารถหา stress σ_{12} ที่กระทำกับวัสดุผสมดังกล่าวความสัมพันธ์ $\sigma_{12} = Q\sigma_{xy}$

ข้อ 4. (6 คะแนน)

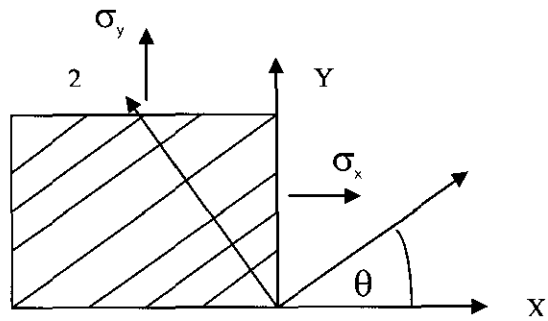
4.1 Hysteresis loop คืออะไร อธิบายพร้อมเขียนรูปผลของ σ vs. ϵ ที่ได้ประกอบ

4.2 แสดงสมการและวิธีการหา Stiffness และ Index of damping ของการทดสอบในข้อ 4.1

4.3 ถ้าจะทำการทดสอบ creep และ relaxation ของชิ้นงานวัสดุผสม จะมีวิธีการวางแผนการทดสอบอย่างไรและการวัดค่าอะไร อธิบายพร้อมแสดงภาพประกอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ข้อ 5. (9 คะแนน) วัสดุผสมแสดงไว้ดังรูป



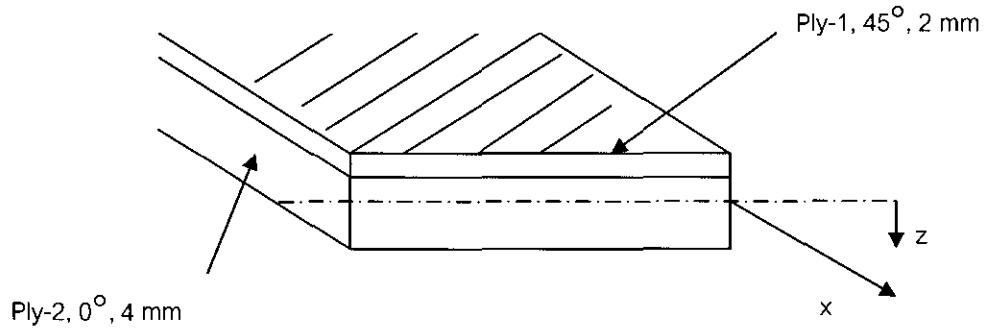
5.1 Off-axis loading ของวัสดุผสมแบบ unidirectional คืออะไร วัสดุผสมดังรูปใช่แบบ Off-axis loading หรือไม่

5.1 จงเขียนสมการสำหรับหา σ_2 ของวัสดุผสมข้างต้นในรูปของ σ_x , σ_y และ θ

5.2 สมมติว่า $\theta = 45^\circ$ จงหา σ_x ในรูปของ ϵ_{xy} และ Q_{ij} ต่างๆ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ข้อ 6. (9 คะแนน) A laminate, which is 6 mm thick, is composed of an upper unidirectional layer, 2 mm thick, with the fiber aligned at 45° to the plate edges, and a lower unidirectional layer, 4 mm thick, with the fibers parallel to the x-axis. The composite material has $E_{11}=138$ GPa, $E_{22}=8.96$ GPa, $G_{12}=7.10$ GPa and $\nu_{12}=0.30$. Find the A, and D matrices.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ชื่อ.....นามสกุล.....รหัส.....

Lined writing area consisting of multiple horizontal dotted lines for text entry.

ชื่อ.....นามสกุล.....รหัส.....

Lined area for writing or drawing, consisting of 20 horizontal dotted lines.

ชื่อ.....นามสกุล.....รหัส.....

ข้อ Bonus (5 คะแนน)

Bonus 1. (2 คะแนน) ทำไมท่านถึงคิดว่าต้องมีวัสดุผสมแบบแผ่นประกบ ยกเหตุผลมาสัก 4 อย่าง

.....

.....

.....

.....

Bonus 2. (3 คะแนน) ท่านคิดว่าตัวเองได้เรียนรู้อะไรบ้างเกี่ยวกับการเรียนวิชาวัสดุผสมและการลงมือทำ mini-project รวมทั้งมีข้อเสนอแนะอะไรบ้างในการปรับปรุงการเรียนการสอนรายวิชานี้ที่จะเป็นประโยชน์สำหรับนักศึกษารุ่นต่อไป

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$\epsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E_{11}} - \nu_{21} \frac{\sigma_2}{E_{22}},$$

$$\epsilon_2 = -\nu_{12} \frac{\sigma_1}{E_{11}} + \frac{\sigma_2}{E_{22}},$$

$$\gamma_{12} = \frac{\tau_{12}}{G_{12}},$$

$$S = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{\nu_{21}}{E_{22}} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix};$$

note that $S_{12} = S_{21}$ and equation 7.3 becomes

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{21}E_{11}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix};$$

where

$$\sigma_{12} = \{\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \tau_{12}\},$$

$$\sigma_{xy} = \{\sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy}\},$$

$$\bar{\epsilon}_{12} = \{\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \frac{1}{2}\gamma_{12}\},$$

$$\bar{\epsilon}_{xy} = \{\epsilon_x \quad \epsilon_y \quad \frac{1}{2}\gamma_{xy}\},$$

and

$$T = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & (m^2 - n^2) \end{bmatrix},$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & -2mn \\ n^2 & m^2 & 2mn \\ mn & -mn & (m^2 - n^2) \end{bmatrix}.$$

We see that we can re-write equation 7.5 as

$$\sigma_{12} = QR\bar{\epsilon}_{12}, \tag{7.8}$$

where

$$\begin{aligned} \epsilon_{12} &= R\bar{\epsilon}_{12}, \\ R &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

As with any elasticity analysis we wish to determine the strains for a known set of applied stresses (or vice versa). We can do this provided we now the elastic properties of the material. The situation we are faced with here is that whilst we know the properties referred to the 1-2 axes, we do not know them with reference to the x-y axes. So, before we can solve the problem, we need to do some mathematical manipulation.

Now, from equation 7.6a we have

$$\sigma_{xy} = T^{-1}\sigma_{12},$$

and using equation 7.8 we get

$$\sigma_{xy} = T^{-1}QR\bar{\epsilon}_{12},$$

which combined with equation 7.7 gives

$$\sigma_{xy} = T^{-1}QRT\bar{\epsilon}_{xy} = T^{-1}QRTR^{-1}\epsilon_{xy}.$$

We write finally

$$\sigma_{xy} = \bar{Q}\epsilon_{xy}. \tag{7.9}$$

Note that we have returned to $\epsilon_{xy} (= \{\epsilon_x \epsilon_y \frac{1}{2}\gamma_{xy}\})$ rather than retaining $\bar{\epsilon}_{xy} (= \{\epsilon_x \epsilon_y \frac{1}{2}\gamma_{xy}\})$.

This makes equation 7.9 consistent with equation 7.5.

The transformed stiffness matrix

$$\bar{Q} = T^{-1}QRTR^{-1},$$

is composed of which are:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{33})n^2m^2 + Q_{22}n^4, \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{33})n^2m^2 + Q_{22}m^4, \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{33})n^2m^2 + Q_{12}(m^4 + n^4), \\ \bar{Q}_{33} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{33})n^2m^2 + Q_{33}(m^4 + n^4), \\ \bar{Q}_{13} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{33})nm^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{33})n^3m, \\ \bar{Q}_{23} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{33})n^3m + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{33})nm^3. \end{aligned} \tag{7.10}$$

The terms Q_{11} , etc., are found from equation 7.5.

$$\begin{aligned} \epsilon_{xy} &= \bar{Q}^{-1}\sigma_{xy}, \text{ or} \\ \epsilon_{xy} &= \bar{S}\sigma_{xy}, \end{aligned} \tag{7.11}$$

If we require strains in terms of stresses then

$$\begin{aligned}\epsilon_{xy} &= \bar{Q}^{-1} \sigma_{xy}, \text{ or} \\ \epsilon_{xy} &= \bar{S} \sigma_{xy},\end{aligned}\quad (7.11)$$

where \bar{S} is the transformed compliance matrix, the elements of which can be obtained by a similar process to that used for finding the elements of \bar{Q} , i.e.

$$\begin{aligned}\bar{S}_{11} &= S_{11}m^4 + (2S_{12} + S_{33})n^2m^2 + S_{22}n^4, \\ \bar{S}_{22} &= S_{11}n^4 + (2S_{12} + S_{33})n^2m^2 + S_{22}m^4, \\ \bar{S}_{12} &= (S_{11} + S_{22} - S_{33})n^2m^2 + S_{12}(m^4 + n^4), \\ \bar{S}_{33} &= 2(2S_{11} + 2S_{22} - 4S_{12} - S_{33})n^2m^2 + S_{33}(m^4 + n^4), \\ \bar{S}_{13} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{33})m^3n + (2S_{12} - 2S_{22} + S_{33})mn^3, \\ \bar{S}_{23} &= (2S_{11} - 2S_{12} - S_{33})mn^3 + (2S_{12} - 2S_{22} + S_{33})m^3n.\end{aligned}\quad (7.12)$$