

# มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

## คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบกลางภาค: ภาคการศึกษาที่ 1

ปีการศึกษา: 2550

วันที่สอบ: 3 สิงหาคม 2550

เวลาสอบ: 9.00-12.00 น.

วิชา: 240-209 Introduction to Control System

ห้องสอบ: A401

อ่านรายละเอียดของข้อสอบ และคำแนะนำให้เข้าใจก่อนเริ่มทำข้อสอบ

เวลา : 3 ชั่วโมง

รายละเอียดของข้อสอบ :

ข้อสอบทั้งหมดมี 6 ข้อในญี่ จำนวน 14 หน้า

คะแนนรวมทั้งหมด 35 คะแนน

อนุญาตให้

- ใช้เครื่องคิดเลข
- นำกระดาษโน๊ตเขียนด้วยลายมือตัวเอง (ห้ามถ่ายเอกสาร) A4 2 แผ่น เข้าห้องสอบได้
- ใช้ดินสอเขียนได้

คำสั่ง :

- ให้ทำข้อสอบทุกข้อ เรียนค่าตอบลงในข้อสอบ
- เขียนชื่อและรหัสให้ชัดเจนในข้อสอบทุกแผ่น
- เขียนค่าตอบให้ชัดเจน ค่าตอบส่วนใดอ่านไม่ออก จะถือว่าค่าตอบนั้นผิด

อ.ปฏิมากร / อ.ชาญวิทย์

ผู้ออกข้อสอบ

Table 2.1 Laplace transform table

| Item no. | $f(t)$               | $F(s)$                          |
|----------|----------------------|---------------------------------|
| 1.       | $\delta(t)$          | 1                               |
| 2.       | $u(t)$               | $\frac{1}{s}$                   |
| 3.       | $t u(t)$             | $\frac{1}{s^2}$                 |
| 4.       | $t^n u(t)$           | $\frac{n!}{s^{n+1}}$            |
| 5.       | $e^{-at} u(t)$       | $\frac{1}{s+a}$                 |
| 6.       | $\sin \omega t u(t)$ | $\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ |
| 7.       | $\cos \omega t u(t)$ | $\frac{s}{s^2 + \omega^2}$      |

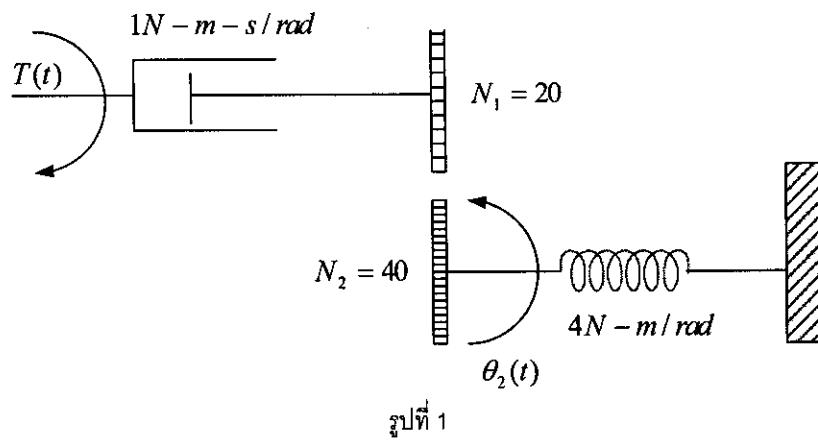
Table 2.2 Laplace transform theorems

| Item no. | Theorem                                                                                      | Name                               |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------|
| 1.       | $\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_{0-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$                               | Definition                         |
| 2.       | $\mathcal{L}[kf(t)] = kF(s)$                                                                 | Linearity theorem                  |
| 3.       | $\mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = F_1(s) + F_2(s)$                                             | Linearity theorem                  |
| 4.       | $\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s+a)$                                                          | Frequency shift theorem            |
| 5.       | $\mathcal{L}[f(t-T)] = e^{-sT}F(s)$                                                          | Time shift theorem                 |
| 6.       | $\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$                                  | Scaling theorem                    |
| 7.       | $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s) - f(0-)$                                      | Differentiation theorem            |
| 8.       | $\mathcal{L}\left[\frac{d^2f}{dt^2}\right] = s^2F(s) - sf(0-) - f'(0-)$                      | Differentiation theorem            |
| 9.       | $\mathcal{L}\left[\frac{d^n f}{dt^n}\right] = s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0-)$ | Differentiation theorem            |
| 10.      | $\mathcal{L}\left[\int_{0-}^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$                         | Integration theorem                |
| 11.      | $f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$                                                   | Final value theorem <sup>1</sup>   |
| 12.      | $f(0+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$                                                  | Initial value theorem <sup>2</sup> |

<sup>1</sup> For this theorem to yield correct finite results, all roots of the denominator of  $F(s)$  must have negative real parts and no more than one can be at the origin.

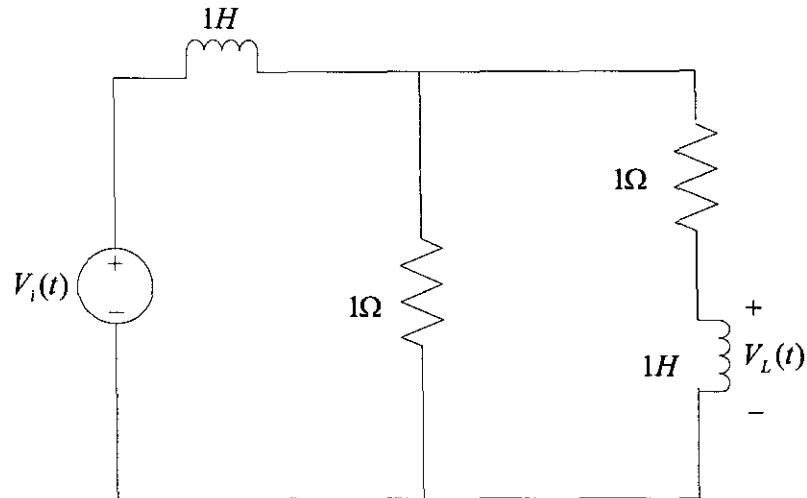
<sup>2</sup> For this theorem to be valid,  $f(t)$  must be continuous or have a step discontinuity at  $t = 0$  (i.e., no impulses or their derivatives at  $t = 0$ ).

1. จากระบบในรูปที่ 1 จงหา transfer function  $\left(\frac{\theta_2}{T}\right)$  ของระบบในรูปที่ 1 ใน s-domain โดยกำหนดให้เงื่อนไขค่าเริ่มต้น (initial condition) ของระบบเป็น 0 (5 คะแนน)



รูปที่ 1

2. จากระบบที่กำหนดให้ในรูปที่ 2 จงหา transfer function  $\frac{V_L(s)}{V_i(s)}$  ของระบบ ใน s-domain โดยกำหนดให้มีเงื่อนไขค่าเริ่มต้น (Initial condition) ของระบบเป็น 0 (5 คะแนน)



รูปที่ 2

3. ระบบ A สามารถอธิบายระบบได้ด้วยสมการอนุพันธ์ดังไปนี้

$$\frac{2dx(t)}{dt} + 5x(t) = 50 \sin 5t + 100 \cos 5t$$

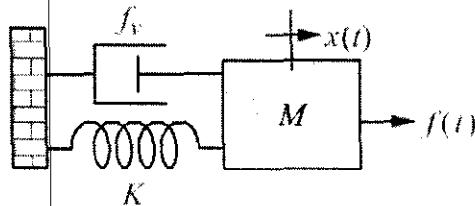
- 3.1 จงหาผลตอบสนองต่อเวลา (Time Response) ของระบบ A โดยใช้วิธีการแปลงลาป拉斯 เมื่อใช้สัญญาณทดสอบแบบ unit step function และกำหนดให้  $x(0) = 0$  (3 คะแนน)
- 3.2 จงวาดกราฟแสดงผลตอบสนองต่อเวลาของระบบ A มาพร้อมกับห้องบูลักษณะของผลการตอบสนองต่อเวลาของระบบ (1 คะแนน)
- 3.3 จงหาค่าผลตอบสนองต่อเวลาของระบบ ณ. ที่เวลา  $t=0.625$  วินาที (1 คะแนน)

ตัวอย่างการใช้สูตรการแปลงลาป拉斯

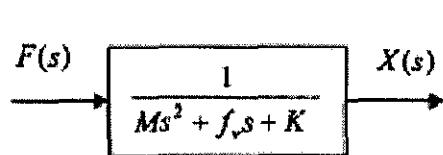
$$L[\sin(\omega t)u(t)] = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$L[\cos(\omega t)u(t)] = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$$

4. กำหนดระบบการเคลื่อนที่เริ่งเส้นดังรูปที่ 3 ซึ่งสามารถเรียบง่ายล็อกໄคอบแกรมได้ดังรูปที่ 4



รูปที่ 3



รูปที่ 4

ถ้ากำหนดค่าให้  $M = 2 \text{ kg}$ ,  $f_y = 4 \text{ N-s/m}$  และ  $K = 10 \text{ N/m}$  จงหาค่าต่อไปนี้

4.1 จงหาค่า Natural frequency ( $\omega_n$ ) และ damping ratio ( $\zeta$ ) ของระบบ (1 คะแนน)

#### 4.2 จงหาค่า %OS, T<sub>p</sub>, T<sub>s</sub> และ D.C. gain ของระบบ (2 คะแนน)

4.3 ถ้ากำหนดให้มูล M มีขนาดมากขึ้น ขณะที่ค่าตัวแปร  $f_v$  และ K มีค่าคงที่ นักศึกษาคิดว่าจะส่งผลต่อผลตอบสนอง ต่อเวลาของระบบอย่างไร พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบ

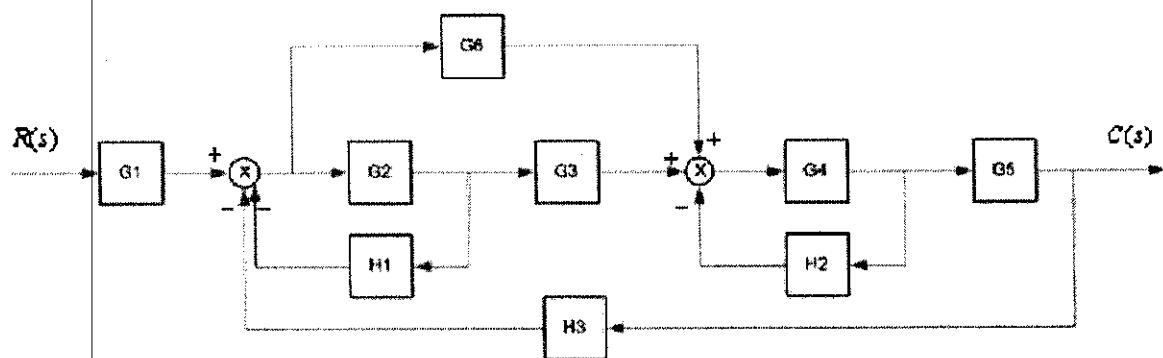
#### 4.3.1 การสั่นไวดของผลตอบสนองต่อเวลาของระบบ (Oscillation) (1 คะแนน)

#### 4.3.2 อัตราขยายดีซี (D.C. gain) (1 คะแนน)

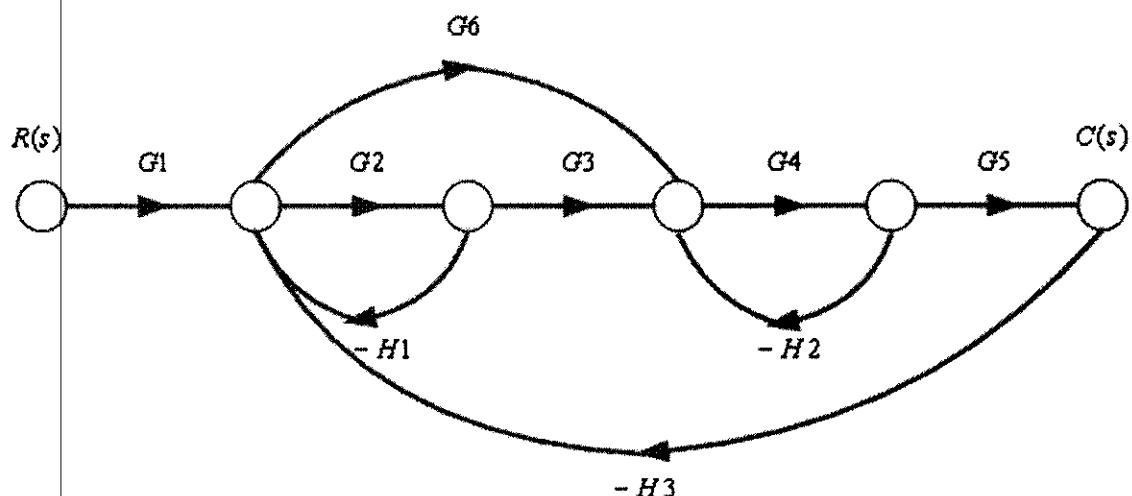
5. ระบบ A แสดงอยู่ในรูปของ block diagram และในรูปของ signal flow graph ในรูปที่ 5 และ 6 ตามลำดับ

จงพิสูจน์ว่า closed loop transfer function  $\frac{C(s)}{R(s)}$  ของระบบ A ซึ่งคำนวณหาด้วยวิธี block diagram มีค่าเท่ากันกับ

ที่คำนวณหาได้ด้วยวิธี Mason's rule ใน signal flow graph (10 คะแนน)

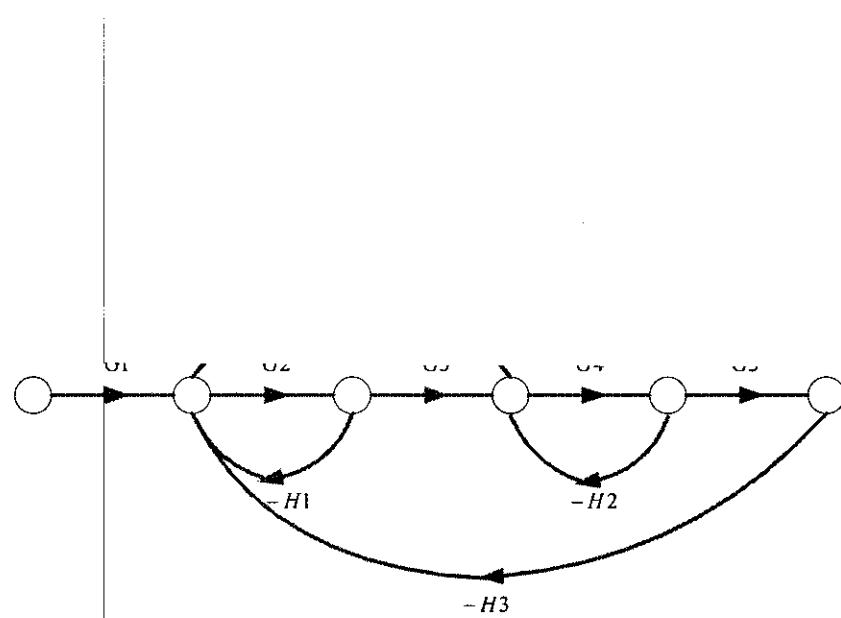
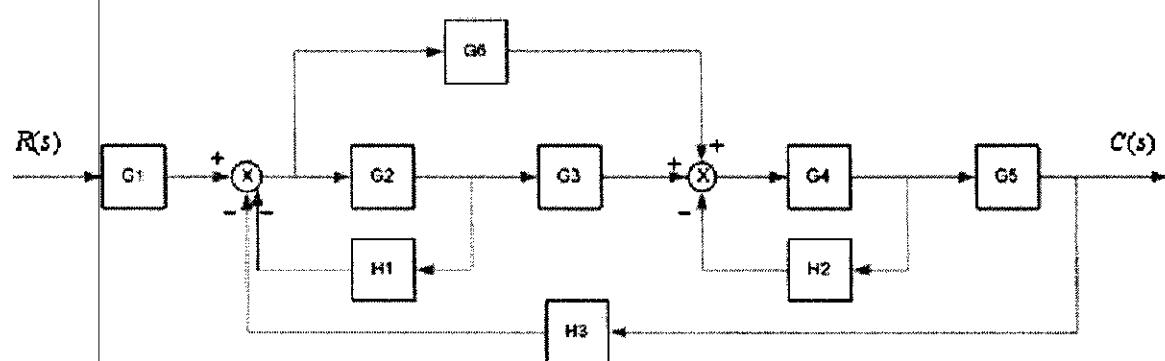


รูปที่ 5 ระบบ A แสดงอยู่ในรูปของ block diagram

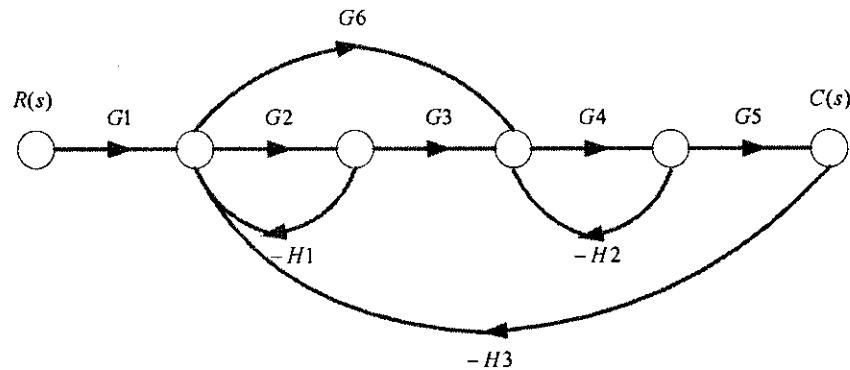


รูปที่ 6 ระบบ A แสดงอยู่ในรูปของ signal flow graph

แสดงการคำนวณด้วยวิธี block diagram (5 คะแนน)

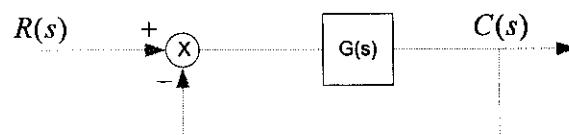


แสดงการคำนวณด้วยวิธี Mason's rule (5 คะแนน)



6. จากรูปที่ 7 จงหาค่า K ที่ทำให้ระบบยังคงมีเสถียรภาพ เมื่อกำหนดให้  $G(s) = \frac{K(s+6)}{s(s+1)(s+3)}$

(5 คะแนน)



รูปที่ 7