มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษา 1 ปีการศึกษา 2550

วันที่ 6 ตุลาคม 2550 เวลา 13.30 – 16.30.

วิชา 220-593 Applied Engineering Mathematics ห้องสอบ A201

ชื่อ-สกุล..

รหัส............................

คำชี้แจง

1.ข้อสอบทั้งหมดมี 5 ข้อ คะแนนรวม 90 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง

2.ข้อสอบมีทั้งหมด 3 แผ่น (รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ)

3.ให้ทำหมดทุกข้อลงในสมุดคำตอบ

4.อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด

5.ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

6.<u>อนุญาตให้นำโน้ตA4จดหน้าหลังเข้าได้คนละ 1 แผ่น</u>

7. ***GOOD LUCK***

ตารางคะแนน

ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	15	
2	15	
3	15	
4	25	
5	20	
รวม	90	

Problem 1 (15 Points)

For the system of ordinary differential equations :

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{A}x$$

One may obtain the solution in the form of $x(t) = e^{\mathbf{A}t}x(0)$

Where $e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{I} + t\mathbf{A} + \dfrac{t^2\mathbf{A}^2}{2!} + \dfrac{t^3\mathbf{A}^3}{3!} + \ldots$

Find *x(t)* for $t = 5$, given $x(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$

Given the system matrix :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2.9839 & 0.0000 & 0.6083 & 0.3573 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.6083 & 0.0000 & 2.3852 & 0.3380 \\ 0.3573 & 0.0000 & 0.3380 & 3.6309 \end{bmatrix}$$

Eigenvalues of matrix **A** are given as :

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 4.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

Eigenvectors of matrix **A** are given as :

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0.4908 & -0.5070 & 0.7085 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ 0.3517 & 0.8593 & 0.3712 & 0.0000 \\ 0.7971 & -0.0670 & -0.6001 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

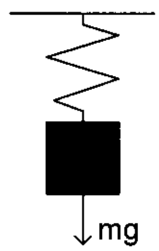
Problem 2 (15 Points)

Determine the Fourier series of the function

$$f(x) = 4\sin(3x)\cos(3x)\left[\cos^2(x) - \sin^2(x)\right] + 5$$

Problem 3 (15 Points)

A mass of 1 kg suspends on a spring with k = 50 N/m. If the mass is freely releasec from the position where there is no force in the spring and the initial velocity is zero Please answer the following questions:



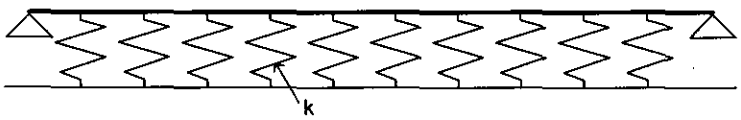
1) Formulate an initial value problem which will determine the position of the mass at any time t.

2) Find the time required by the mass to return to the released position.

Problem 4 (25 Points)

For a flexible beam which is simply supported and is laid on an elastic media having a uniform spring stiffness k (Force/Length/Length) as seen in the figure, if the beam properties are EI, L, and uniform mass m (mass/Length),

1) Formulate the general from of the beam's deflection equation (u(x,t)).
2) Find the particular solution of the beam's deflection if there is given initial as $u(x,0)=7\sin(\pi x/L)$ *and* $\dot{u}(x,0)=0$.



Problem 5 (20 Points)

Answer the following optimization problems:

1) Find the stationary points of the function f and also show that there exists the global minimum.

$$f(x)=\frac{1}{4}\left[\left(x^2-2x+1\right)\left(x^2-6x+5\right)\right]$$

2) If the objective function in (1) is changed to *g(x)*, state the condition of stationary points and minimum point.

$$g(x)=\left[f(x)\right]^2$$

3) Find the optimum for

$$f(x)=x_1^2+2x_2^2+3x_3^2$$

Subjected to the constraints:

$$x_1+2x_2+4x_3=12$$

and

$$2x_1+x_2+3x_3=10$$