



Student ID : \_\_\_\_\_ Name : \_\_\_\_\_ Section : \_\_\_\_\_

1. แบบจำลองคณิตศาสตร์ (*Mathematical Model*) คืออะไร (3 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2. ในการส่งแฟกซ์แต่ละครั้งสามารถเลือกความเร็วในการส่งได้ 3 รูปแบบคือ ความเร็วสูง ( $h$ ) ที่ความเร็ว 14,400 บิตต่อวินาที ความเร็วปานกลาง ( $m$ ) 9,600 บิตต่อวินาที และความเร็วต่ำ ( $l$ ) 4,800 บิตต่อวินาที นอกจากนี้ในการส่งแฟกซ์แต่ละครั้งจำนวนหน้าของแฟกซ์ที่ส่งเป็นแบบสองหน้า ( $t$ ) หรือเป็นแบบ 4 หน้า ( $f$ ) พิจารณารูปแบบการส่งแฟกซ์แต่ละครั้งโดยพิจารณาความเร็ว และจำนวนหน้า จงตอบคำถามต่อไปนี้

2.1) เขียน *Sample Space* ของการส่งแฟกซ์ (3 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2.2) หา *outcome* ของ  $A_1$  ถ้าให้  $A_1$  เป็น *event* ของการส่งแฟกซ์แบบความเร็วปานกลาง (3 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2.3) หา *outcome* ของ  $A_2$  ถ้าให้  $A_2$  เป็น *event* ของการส่งแฟกซ์แบบสองหน้า (3 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

2.4) หา *outcome* ของ  $A_3$  ถ้าให้  $A_3$  เป็น *event* ของการส่งแฟกซ์แบบความเร็วสูงหรือความเร็วต่ำ (3 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Student ID : \_\_\_\_\_ Name : \_\_\_\_\_ Section : \_\_\_\_\_

2.5)  $A_1$  และ  $A_2$  และ  $A_3$  เป็น *independent* หรือไม่ เพราะอะไร (6 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3. กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่สมชายสอบเก็บคะแนนย่อยไม่ผ่านในแต่ละครั้งมีค่าเป็น  $\frac{1}{4}$  และการสอบแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน ตอบคำถามต่อไปนี้

3.1) การสอบย่อยเก็บคะแนนทั้งหมด 6 ครั้งจงหาความน่าจะเป็นที่สมชายสอบเก็บคะแนนย่อยไม่ผ่าน 2 ครั้ง (6 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

3.2) ถ้าในการสอบแต่ละครั้งถ้าสมชายสอบไม่ผ่าน สามารถสอบแก้ได้จนกว่าจะผ่าน จงหาความน่าจะเป็นที่สมชายสอบแก้และผ่านในครั้งแรกของการสอบแก้ (6 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

4. สมมุติให้นักศึกษาใช้บริการเข้าอินเทอร์เน็ตจากร้านอินเทอร์เน็ต โดยอัตราค่าเช่าคิดดังนี้

ชั่วโมงที่ 1 = 25 บาท

ชั่วโมงที่ 2 = 20 บาท

ชั่วโมงที่ 3 = 15 บาท

ชั่วโมงที่ 4 = 10 บาท

ชั่วโมงที่ 5 - 10 ชั่วโมงคิดชั่วโมงละ 5 บาท

และให้  $X$  เป็นจำนวนชั่วโมงที่เข้าอินเทอร์เน็ต และมี Probability model ดังนี้

$$P_x(x) = \begin{cases} 0.15 & x = 1,2,3 \\ 0.2 & x = 4,5 \\ 0.05 & x = 6,7,8 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

จากข้อมูลที่กำหนดให้ตอบคำถามต่อไปนี้

4.1) จงหา PMF ของค่าเช่าอินเทอร์เน็ตที่นักศึกษาต้องจ่าย (6 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4.2) จงหาจำนวนชั่วโมงเฉลี่ยที่นักศึกษาเข้าอินเทอร์เน็ต (8 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. สมมติให้ท่านต้องการส่งรูปภาพไปให้เพื่อนๆ โดยที่ก่อนจะส่งรูปภาพท่านจะต้องเข้าไปดู *Traffic* เพื่อประกอบการตัดสินใจว่าจะส่งรูปภาพไปหาเพื่อนหรือไม่ โดย *Traffic* จะแสดงสถานะคือ สถานะ “BUSY” และ สถานะ “NORMAL” ถ้า *Traffic* เป็นสถานะ “BUSY” ความน่าจะเป็นที่ท่านส่งรูปภาพไม่สำเร็จมีค่าเท่ากับ 80% หรือถ้า *Traffic* เป็นสถานะ “NORMAL” ความน่าจะเป็นที่ท่านส่งรูปภาพไม่สำเร็จมีค่าเป็น 10% ถ้า *Traffic* ในช่วงเช้า (6:00-12:00) เป็นสถานะ “BUSY” มีค่าเท่ากับ 70% และ *Traffic* ช่วงบ่าย (12:00-18:00) มีสถานะ “NORMAL” มีค่าเท่ากับ 20% กำหนดให้

- A เป็น event ของ *Traffic* เป็นสถานะ “BUSY”
- B เป็น event ของที่ท่านที่ไม่สามารถส่งรูปภาพได้
- p เป็นความน่าจะเป็นเมื่อโหมดของ *Traffic* เป็นสถานะ “BUSY”

Student ID : \_\_\_\_\_ Name : \_\_\_\_\_ Section : \_\_\_\_\_

จากข้อมูลที่กำหนดให้ตอบคำถามต่อไปนี้

5.1) เขียน *Tree diagram* (4 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

5.2) จงหาความน่าจะเป็นที่ท่านไม่สามารถส่งรูปภาพได้ (10 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

5.3) สมมติให้ท่านลืมนัดของ *Traffic* ก่อนส่งรูปภาพ และปรากฏว่าท่านไม่สามารถส่งรูปภาพ  
ได้ จงหาความน่าจะเป็นเมื่อหมดของ *Traffic* เป็น *BUSY* กำหนดให้ท่านส่งรูปภาพในวง  
เช้า (6 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

6. ในการส่งไฟล์ขนาด 3,000 ไบต์ของระบบการส่งไฟล์ระบบหนึ่ง ผู้ส่งจะตัดแบ่งไฟล์เป็นแพ็กเก็ต แพ็กเก็ตละ 1,000 ไบต์ และผู้ส่งจะส่งครั้งละ 1 แพ็กเก็ต โดยในการส่งแพ็กเก็ตข้อมูลแต่ละครั้งนั้นผู้ส่งจะต้องรอรับแพ็กเก็ต ACK จากผู้รับก่อนเพื่อเป็นการยืนยันจากผู้รับว่าได้รับแพ็กเก็ตดังกล่าว แล้วจากนั้นผู้ส่งจึงจะเริ่มส่งแพ็กเก็ตถัดไป แต่ถ้าหากผู้ส่งไม่ได้รับ ACK ภายในช่วงเวลา 10 มิลลิวินาที ผู้ส่งก็จะส่งแพ็กเก็ตเดิมซ้ำอีกครั้ง ผู้ส่งจะหยุดส่งเมื่อผู้รับได้รับแพ็กเก็ตข้อมูลครบทุกแพ็กเก็ต กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่ผู้ส่งสามารถส่งแพ็กเก็ตข้อมูลแต่ละแพ็กเก็ตไปถึงผู้รับได้อย่างถูกต้องเท่ากับ 0.9 และความน่าจะเป็นที่ผู้รับสามารถส่งแพ็กเก็ต ACK แต่ละแพ็กเก็ตมาให้ผู้ส่งได้อย่างถูกต้องเท่ากับ 0.9 เช่นกัน โดยค่าความน่าจะเป็นของการส่งแพ็กเก็ตแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน จงตอบคำถามต่อไปนี้

6.1) จากโจทย์จะเห็นว่า การส่งแพ็กเก็ตข้อมูลแต่ละครั้งจะสำเร็จก็ต่อเมื่อผู้ส่งสามารถส่งแพ็กเก็ตข้อมูลไปถึงผู้รับได้อย่างถูกต้อง และผู้รับก็ต้องส่งแพ็กเก็ต ACK มาถึงผู้ส่งได้อย่างถูกต้องเช่นกัน จงหาความน่าจะเป็นที่การส่งแพ็กเก็ตข้อมูลแต่ละครั้งทำได้สำเร็จ (4 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

6.2) กำหนดให้  $N$  เป็น *random variable* ที่นับจำนวนครั้งทั้งหมดที่ผู้ส่งได้ส่งแพ็กเก็ตข้อมูลจนกว่าผู้รับจะได้รับข้อมูลครบทั้งไฟล์ จงเขียน *PMF* ของ  $N$  (10 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

Student ID : \_\_\_\_\_ Name : \_\_\_\_\_ Section : \_\_\_\_\_

6.3) จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ส่งจะต้องส่งแพ็กเก็ตข้อมูลมากกว่า 4 ครั้งจึงจะทำให้ผู้รับได้ข้อมูลครบ  
ทั้งไฟล์ (6 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

7. จงหาค่า *Expected Value* ของ *Exponential distribution* (15 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_



8. มีช่องสื่อสารใช้สำหรับส่งข้อมูลสองช่อง เวลาที่ใช้ในการส่งข้อมูลของช่องแรกมี *distribution* แบบ *uniform distribution* ในช่วง 0 ถึง 10 วินาที และเวลาที่ใช้ในการส่งข้อมูลของช่องที่สองเป็น *exponential distribution* ด้วยค่าเฉลี่ย(*Expected Value*) 2 วินาที

เมื่อต้องการส่งข้อมูลในแต่ละครั้งต้องโยนเหรียญเพื่อเลือกช่องสื่อสาร โดยความน่าจะเป็นที่โดยเหรียญได้หัวเท่ากับ  $\frac{3}{4}$  ถ้าผลการโยนเหรียญเป็นหัวให้เลือกช่องสื่อสารช่องที่สอง และถ้าโยนเหรียญออกก้อยให้เลือกช่องสื่อสารช่องแรก

จากข้อมูลที่กำหนดให้ตอบคำถามต่อไปนี้

8.1) หา PDF ของเวลาที่ใช้ในการส่งแพ็กเก็ตของช่องสื่อสารที่หนึ่ง (3 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

8.2) หา PDF ของเวลาที่ใช้ในการส่งแพ็กเก็ตของช่องสื่อสารที่สอง (4 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Student ID : \_\_\_\_\_ Name : \_\_\_\_\_ Section : \_\_\_\_\_

8.3) จงหาความน่าจะเป็นของการส่งข้อมูลที่ใช้เวลามากกว่า 2 นาที (12 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

8.4) จงหาความน่าจะเป็นของการส่งข้อมูลผ่านช่องสื่อสารที่สองเมื่อเวลาที่ใช้ในการส่งข้อมูลมากกว่า 2 วินาที (16 คะแนน)

ตอบ \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

9. เมื่อ  $X$  และ  $Y$  มี *joint PDF* ดังนี้

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2 & 0 \leq y \leq \frac{x}{2} \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

9.1) เขียนกราฟ *joint PDF*

(4 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

9.2) จงหา *Marginal PDF*  $f_X(x)$

(8 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Student ID : \_\_\_\_\_ Name : \_\_\_\_\_ Section : \_\_\_\_\_

9.3) จงหา *joint CDF*  $F_{X,Y}(x,y)$  เมื่อ  $0 \leq 2y \leq x \leq 2$  พร้อมวาดภาพประกอบ (8 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

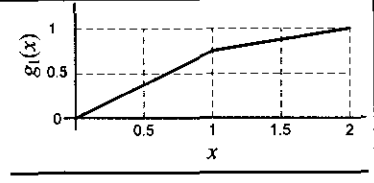
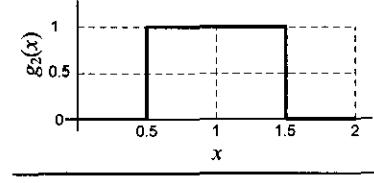
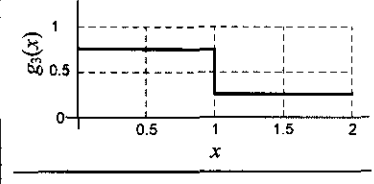
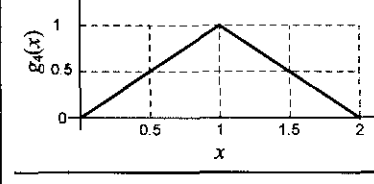
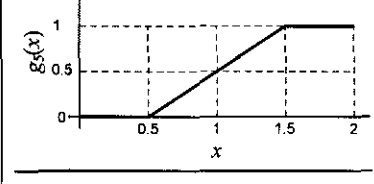
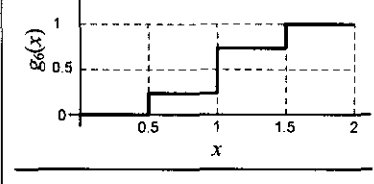
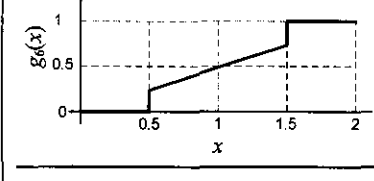
9.4) จงหา *joint CDF*  $F_{X,Y}(x,y)$  เมื่อ  $0 < x < 2y$ ,  $0 < x < 2$  พร้อมวาดภาพประกอบ (8 คะแนน.)

ตอบ \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

10. กำหนด  $g_1$  ถึง  $g_7$  แสดงกราฟซึ่งอาจเป็น PDF หรือ CDF หรือไม่ใช่ทั้งสองอย่าง จงเติม Y หรือ N

ลงในช่องว่าง ตอบ Y เมื่อกราฟเป็น PDF หรือ CDF และตอบ N เมื่อกราฟไม่ใช่ PDF หรือ CDF

(21 คะแนน)

	PDF? _____	CDF? _____ for continuous random variable	CDF? _____ for discrete random variable
	PDF? _____	CDF? _____ for continuous random variable	CDF? _____ for discrete random variable
	PDF? _____	CDF? _____ for continuous random variable	CDF? _____ for discrete random variable
	PDF? _____	CDF? _____ for continuous random variable	CDF? _____ for discrete random variable
	PDF? _____	CDF? _____ for continuous random variable	CDF? _____ for discrete random variable
	PDF? _____	CDF? _____ for continuous random variable	CDF? _____ for discrete random variable
	PDF? _____	CDF? _____ for continuous random variable	CDF? _____ for discrete random variable

Student ID : \_\_\_\_\_ Name : \_\_\_\_\_ Section : \_\_\_\_\_

กระดาษทด