มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบกลางภาค: ภาคการศึกษาที่ 2	**ปีการศึกษา**: 2550
วันที่สอบ: 6 มกราคม 2551	**เวลาสอบ**: 13.30-16.30 น.
วิชา: 240-381 Digital Signal Processing	**ห้องสอบ**: R 200

อ่านรายละเอียดของข้อสอบ และคำแนะนำให้เข้าใจก่อนเริ่มทำข้อสอบ

เวลา : 3 ชั่วโมง

รายละเอียดของข้อสอบ :

ข้อสอบทั้งหมดมี 10 ข้อใหญ่ จำนวน 13 หน้า

คะแนนรวมทั้งหมด 30 คะแนน

อนุญาตให้

1. ใช้เครื่องคิดเลข
2. นำกระดาษโน้ตเขียนด้วยลายมือตัวเอง (ห้ามถ่ายเอกสาร) A4 3 แผ่น เข้าห้องสอบได้
3. ใช้ดินสอเขียนได้

คำสั่ง :

- ให้ทำข้อสอบทุกข้อ เขียนคำตอบลงในข้อสอบ
- เขียนชื่อและรหัสให้ชัดเจนในข้อสอบทุกแผ่น
- เขียนคำตอบให้ชัดเจน คำตอบส่วนใดอ่านไม่ออก จะถือว่าคำตอบนั้นผิด

ทุจริตโทษต่ำสุดปรับตกวิชานี้และพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา โทษสูงสุดไล่ออก

อ.ธเนศ / อ.ชาญวิทย์

ผู้ออกข้อสอบ

TABLE 2.2 FOURIER TRANSFORM THEOREMS

Sequence $x[n]$ $y[n]$	Fourier Transform $X(e^{j\omega})$ $Y(e^{j\omega})$
1. $ax[n] + by[n]$	$aX(e^{j\omega}) + bY(e^{j\omega})$
2. $x[n - n_d]$ (n_d an integer)	$e^{-j\omega n_d} X(e^{j\omega})$
3. $e^{j\omega_0 n} x[n]$	$X(e^{j(\omega-\omega_0)})$
4. $x[-n]$	$X(e^{-j\omega})$ $X^*(e^{j\omega})$ if $x[n]$ real.
5. $nx[n]$	$j\dfrac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$
6. $x[n] * y[n]$	$X(e^{j\omega})Y(e^{j\omega})$
7. $x[n]y[n]$	$\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta})Y(e^{j(\omega-\theta)})d\theta$

Parseval's theorem:

8. $$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega$$

9. $$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]y^*[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega})Y^*(e^{j\omega})d\omega$$

TABLE 3.2 SOME z-TRANSFORM PROPERTIES

Property Number	Section Reference	Sequence	Transform	ROC
		$x[n]$	$X(z)$	R_x
		$x_1[n]$	$X_1(z)$	R_{x_1}
		$x_2[n]$	$X_2(z)$	R_{x_2}
1	3.4.1	$ax_1[n] + bx_2[n]$	$aX_1(z) + bX_2(z)$	Contains $R_{x_1} \cap R_{x_2}$
2	3.4.2	$x[n - n_0]$	$z^{-n_0}X(z)$	R_x, except for the possible addition or deletion of the origin or ∞
3	3.4.3	$z_0^n x[n]$	$X(z/z_0)$	$\lvert z_0\rvert R_x$
4	3.4.4	$nx[n]$	$-z\dfrac{dX(z)}{dz}$	R_x, except for the possible addition or deletion of the origin or ∞
5	3.4.5	$x^*[n]$	$X^*(z^*)$	R_x
6		$\mathcal{R}e\{x[n]\}$	$\frac{1}{2}[X(z) + X^*(z^*)]$	Contains R_x
7		$\mathcal{J}m\{x[n]\}$	$\frac{1}{2j}[X(z) - X^*(z^*)]$	Contains R_x
8	3.4.6	$x^*[-n]$	$X^*(1/z^*)$	$1/R_x$
9	3.4.7	$x_1[n] * x_2[n]$	$X_1(z)X_2(z)$	Contains $R_{x_1} \cap R_{x_2}$
10	3.4.8	Initial-value theorem: $x[n] = 0, \quad n < 0$	$\lim_{z\to\infty} X(z) = x[0]$	

TABLE 3.1 SOME COMMON z-TRANSFORM PAIRS

Sequence	Transform	ROC
1. $\delta[n]$	1	All z
2. $u[n]$	$\dfrac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert > 1$
3. $-u[-n-1]$	$\dfrac{1}{1-z^{-1}}$	$\lvert z\rvert < 1$
4. $\delta[n-m]$	z^{-m}	All z except 0 (if $m > 0$) or ∞ (if $m < 0$)
5. $a^n u[n]$	$\dfrac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert > \lvert a\rvert$
6. $-a^n u[-n-1]$	$\dfrac{1}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert < \lvert a\rvert$
7. $na^n u[n]$	$\dfrac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert > \lvert a\rvert$
8. $-na^n u[-n-1]$	$\dfrac{az^{-1}}{(1-az^{-1})^2}$	$\lvert z\rvert < \lvert a\rvert$
9. $[\cos\omega_0 n]u[n]$	$\dfrac{1-[\cos\omega_0]z^{-1}}{1-[2\cos\omega_0]z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > 1$
10. $[\sin\omega_0 n]u[n]$	$\dfrac{[\sin\omega_0]z^{-1}}{1-[2\cos\omega_0]z^{-1}+z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > 1$
11. $[r^n\cos\omega_0 n]u[n]$	$\dfrac{1-[r\cos\omega_0]z^{-1}}{1-[2r\cos\omega_0]z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > r$
12. $[r^n\sin\omega_0 n]u[n]$	$\dfrac{[r\sin\omega_0]z^{-1}}{1-[2r\cos\omega_0]z^{-1}+r^2z^{-2}}$	$\lvert z\rvert > r$
13. $\begin{cases} a^n, & 0 \le n \le N-1, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$	$\dfrac{1-a^N z^{-N}}{1-az^{-1}}$	$\lvert z\rvert > 0$

1. จงวาดกราฟของสัญญาณ $x[n]$ ต่อไปนี้ *(2 คะแนน)*

1.1 $x[n] = \delta[n] - 2\delta[n+1]$ *(0.5 คะแนน)*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2 $x[n] = u[n+1] + \delta[n-1]$ *(0.5 คะแนน)*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.3 $x[n] = u[n] \times \delta[n-1]$ คำอธิบายเพิ่มเติม : $\times$ เป็นสัญลักษณ์การคูณ *(0.5 คะแนน)*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.4 $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[k]$ *(0.5 คะแนน)*

.....

.....

.....

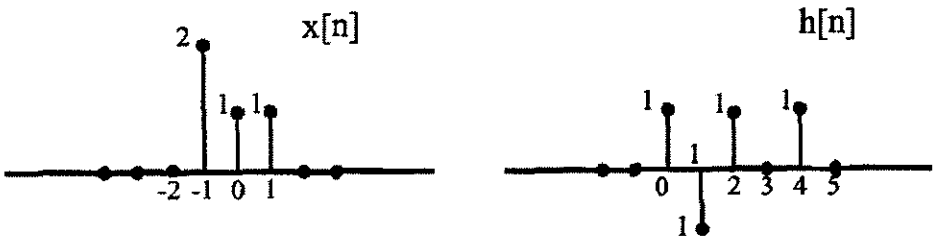
.....

.....

.....

.....

2. จงหาผลตอบสนองของระบบเชิงเส้นชนิดไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (linear time-Invariant System) เมื่อกำหนดอินพุต เป็น $x[n]$ และผลตอบสนองอิมพัลส์ $h[n]$ ดังแสดงในรูปที่ 1 *(3 คะแนน)*



รูปที่ 1 รูปสำหรับคำถามข้อที่ 2

3. พิจารณาระบบที่เป็น linear time-Invariant โดยกำหนดให้สมการ difference equation คือ

$$y[n] + 0.5y[n-1] + 6y[n-2] = 2x[n-1]$$

จงใช้ DTFT (Discrete-Time Fourier Transform) เพื่อหาผลตอบสนองเชิงความถี่ (frequency response) ของระบบ

เมื่อกำหนดให้ผลตอบสนองเชิงความถี่ของระบบ $H(e^{j\omega}) = \dfrac{Y(e^{j\omega})}{X(e^{j\omega})}$ *(2 คะแนน)*

.....

.....

.....

.....

.....

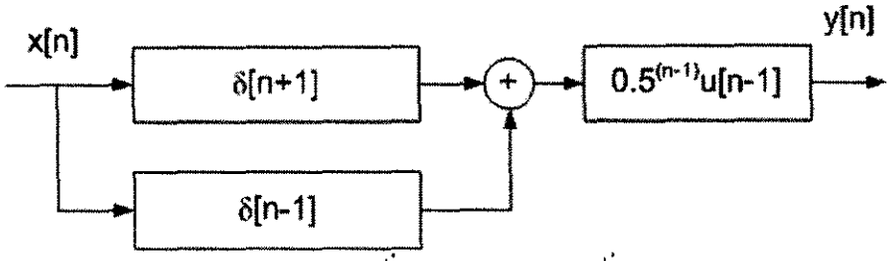
.....

.....

.....

.....

4. จากระบบในรูปที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้ *(4 คะแนน)*



รูปที่ 2 รูปสำหรับคำถามข้อที่ 4

4.1 จงหาค่าผลตอบสนองอิมพัลส์ ($h[n]$) ของระบบทั้งหมด *(2 คะแนน)*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

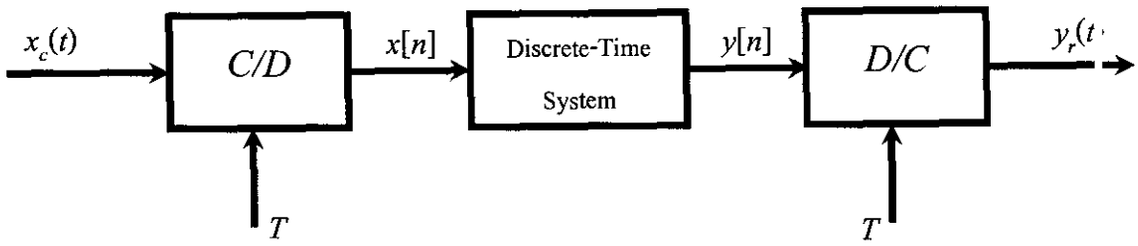
.....

4.2 จงหาสมการ difference equation *(2 คะแนน)*

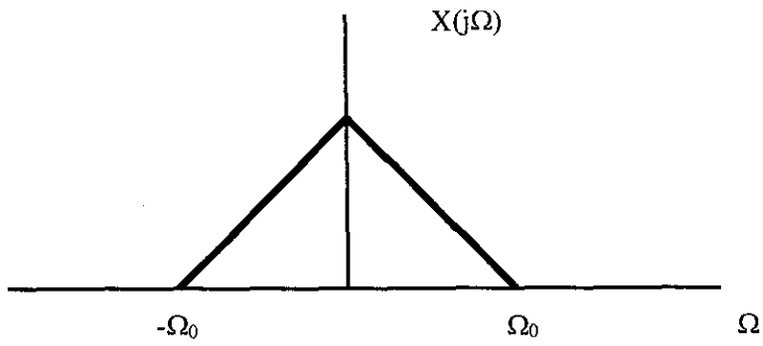
5. ระบบ LTI ในรูปที่ 3(a) มีอินพุต $X_C(t)$ และมี Fourier Transform ดังรูปที่ 3(b) โดยที่ Ω_0 = 3000 π rad/sec และระบบ discrete-time คือ ideal lowpass filter ซึ่งมีการตอบสนองความถี่

$$H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| < \omega_c, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

(6 คะแนน)



(a)



(b)

รูปที่ 3 รูปสำหรับคำถามข้อที่ 5

5.1 ความถี่ในการสุ่ม (sampling rate) F_s =1/T ที่ไม่ทำให้เกิดการซ้อนทับของความถี่ (no aliasing) ของ x[n] มีค่าเท่าไร

(1 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.2 ถ้า $\omega_C = \frac{\pi}{4}$ ความถี่ที่ใช้ในการสุ่มควรมีค่าอย่างน้อยที่สุดเท่าไรจึงจะทำให้ $Y_r(t) = X_C(t)$ (อธิบายวิธีคิดด้วย)

(2 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5.3 จงอธิบายและวาดรูปของ $X_s(j\Omega), X(e^{j\omega})$ และ $Y(e^{j\omega})$ เมื่อใช้ความถี่ในการสุ่ม 3000 kHz และ $\omega_C = \frac{\pi}{2}$

(3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

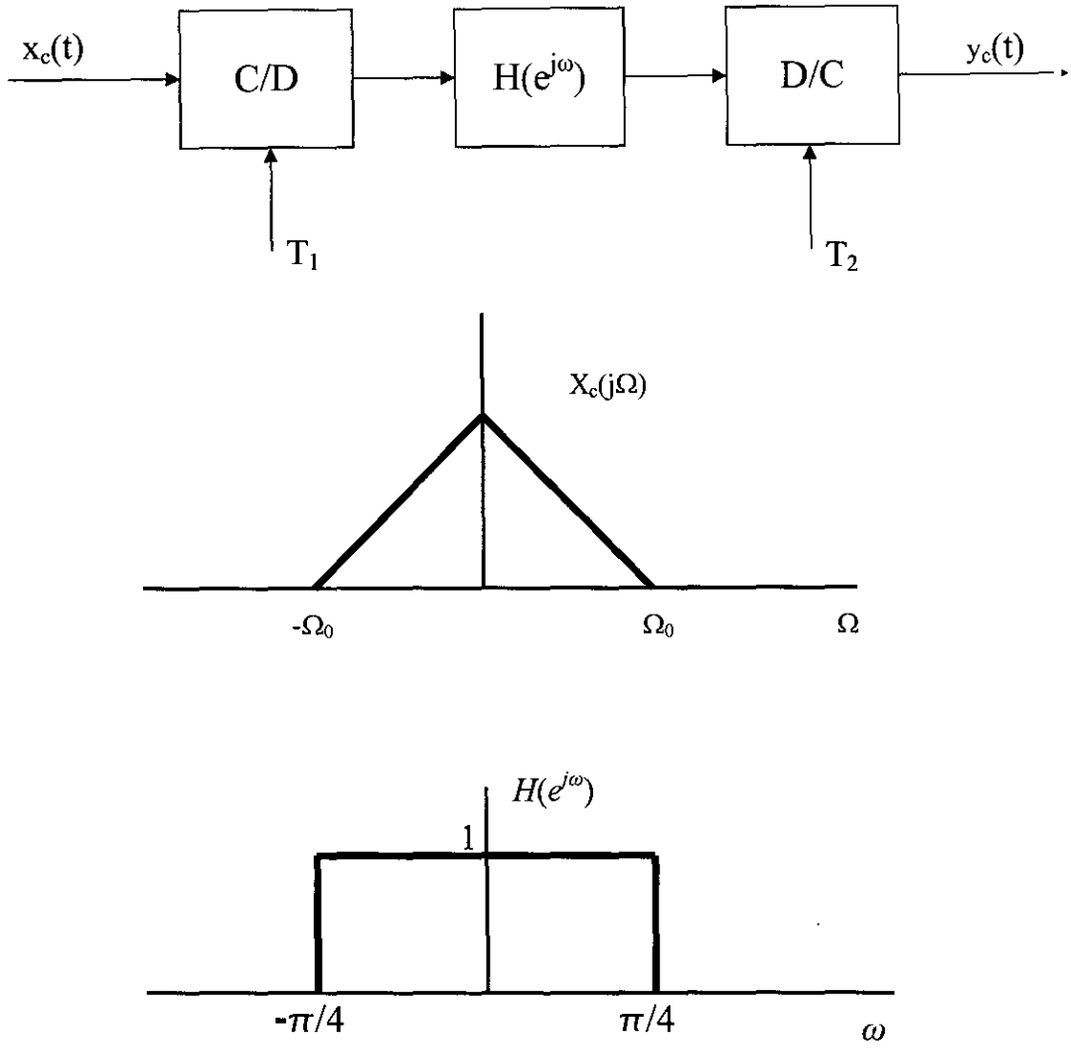
.....

.....

.....

.....

6. จากรูปที่ 4 ให้อธิบายและวาดรูป Fourier Transform ของ $y_C(t)$ เมื่อ $\Omega_0 = 6\pi \times 10^3$ rad/sec *(4 คะแนน)*



รูปที่ 4 สำหรับคำถามข้อที่ 6

6.1 เมื่อ F_1 = 6 kHz และ F_2 = 12 kHz *(2 คะแนน)*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

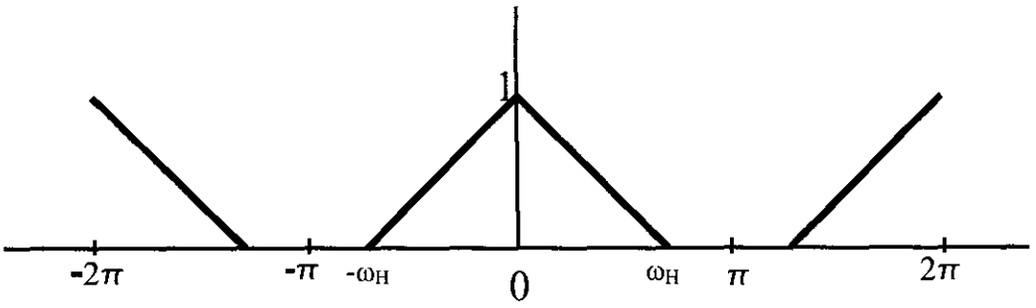
6.2 เมื่อ F_1 = 12 kHz และ F_2 = 6 kHz *(2 คะแนน)*

7. กำหนดให้ x[n] ซึ่งมี Fourier Transform ดังรูปที่ 5

$$x_s[n]=\begin{cases} x[n], & n=Mk, \quad k=0,\pm1,\pm2,\ldots \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

และ

$$x_d[n]=x_s[Mn]=x[Mn]$$



รูปที่ 5 สำหรับคำถามข้อที่ 7

จงอธิบายและวาดรูปของ $X_d(e^{j\omega})$ และ $X_s(e^{j\Omega_T})$เมื่อ M = 2, $\omega_H=\pi/8$ *(2 คะแนน)*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

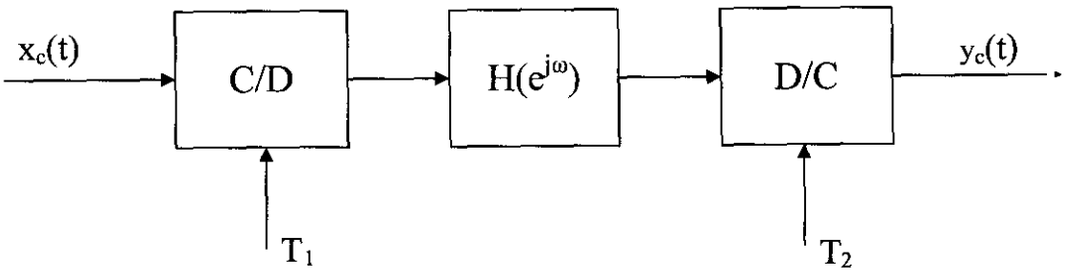
.....

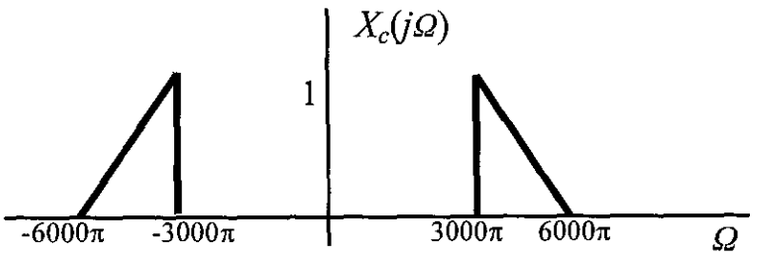
.....

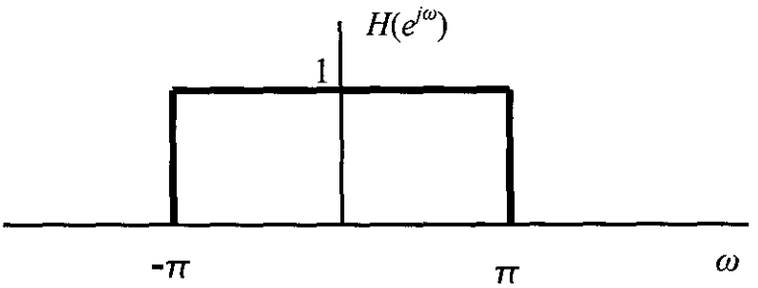
.....

.....

8. จงอธิบายและวาดรูปของ $X_C(e^{j\omega})$ และ $Y_C(e^{j\omega})$ เมื่อใช้ความถี่ F_1 และ F_2 ในการสุ่ม 3 kHz *(3 คะแนน)*







รูปที่ 6 สำหรับคำถามข้อที่ 8

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

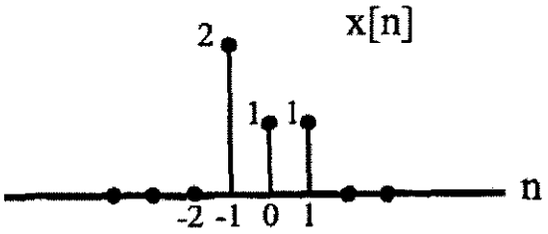
.....

.....

.....

.....

9. จงแปลง z และหาบริเวณที่มีการลู่เข้า (ROC) ของสัญญาณที่กำหนดให้ *(2 คะแนน)*



รูปที่ 7 สำหรับคำถามข้อที่ 9

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. จงแปลง z ผกผันของฟังก์ชัน $X(z) = \dfrac{1}{z - \frac{1}{4}}$ เมื่อกำหนดค่า ROC คือ $|z| > 0.25$ *(2 คะแนน)*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....