ชื่อ-สกุล_____รหัส_____Section_ _____

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2550

วันที่ 28 ธันวาคม 2550 เวลา 13:30-16:30 น.

วิชา 215-653 Computational Fluid Dynamics ห้อง A400

==========

คำสั่ง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 5 ข้อ ให้ทำทุกข้อ
2. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารใดๆเข้าห้องสอบ
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกรุ่น
4. ให้เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษา และ section ลงในข้อสอบ**ทุกหน้า**

ทุจริตในการสอบโทษขั้นต่ำปรับตกในรายวิชานั้นและพักการศึกษาหนึ่งภาคการศึ เษา

ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	10	
2	10	
3	10	
4	35	
5	35	
รวม	100	

อาจารย์ ชยุต นันทดุ งิต

(ผู้ออกข้อสอบ)

ชื่อ-สกุล_____รหัส_____Section__ _____

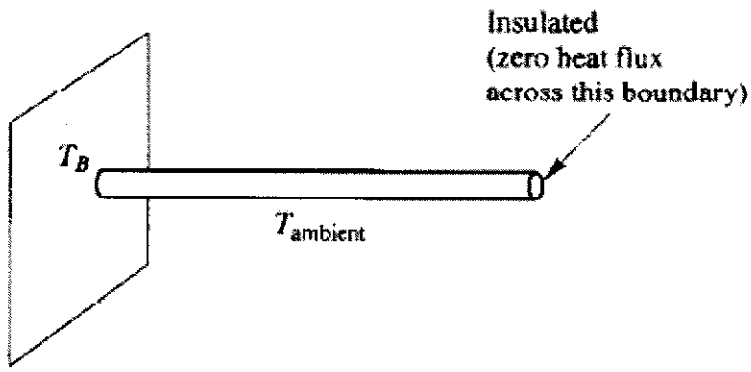
ข้อที่ 1. จงอธิบายถึงวิธีการแก้ปัญหาทางพลศาสตร์ของไหลโดยใช้ Finite Difference Met ıod, Finite Volume Method, Finite Element Method และแต่ละวิธีมีจุดเด่นหรือจุดด้อยอะไร

ข้อที่ 2 จงแสดงว่าสมการอนุรักษ์มวล สมการอนุรักษ์โมเมนตัม และสมการอนุรักษ์พลังงานที่ใช้ในการคำนวณพลศาสตร์ของไหล ดังที่แสดงข้างล่าง ทุกสมการสามารถเขียนในรูปแบบสมการอนุพันธ์ทั่วไปได้ จงเขียนสมการอนุพันธ์รูปแบบทั่วไปและจงอธิบายถึงความหมายทางกายภาพของแต่ละพจน์ในสมการนี้

Mass	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \mathbf{u}) = 0$
x-momentum	$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + div(\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + div(\mu\ grad\ u) + S_{Mx}$
y-momentum	$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + div(\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + div(\mu\ grad\ v) + S_{My}$
z-momentum	$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + div(\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + div(\mu\ grad\ w) + S_{Mz}$
Internal energy	$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + div(\rho i \mathbf{u}) = -p\ div\ \mathbf{u} + div(k\ grad\ T) + \Phi + S_i$

ข้อที่ 3 โดยทั่วไปแล้วสมการอนุพันธ์จะต้องใช้เงื่อนไข Initial condition หรือ Boundary condition ในการหาคำตอบ ซึ่งสามารถแบ่งปัญหาออกได้เป็น 3 ประเภท คือ Elliptic problem, Hyperbolic problem และ Parabolic problem จงอธิบายคุณลักษณะทางกายภาพของปัญหาแต่ละประเภทและยกตัวอย่างปัญหาการไหลหรือการถ่ายเทความร้อนที่สอดคล้องกับปัญหาแต่ละประเภท

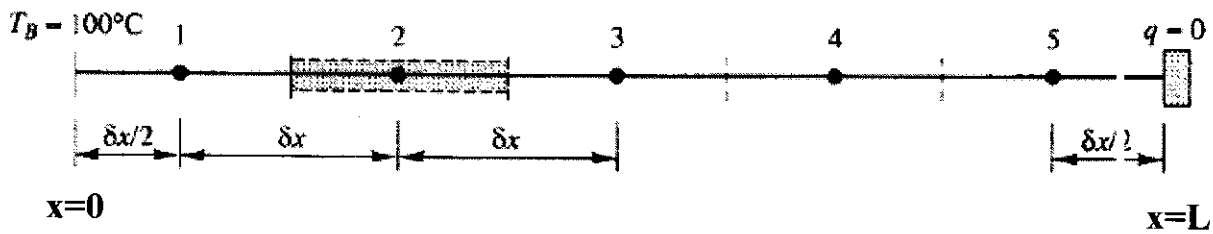
ข้อที่ 4. จงใช้วิธี Finite Volume Method ในการแก้ปัญหาการนำความร้อนแบบคงตัว 1 มิติ เพื่อหาการกระจายอุณหภูมิในแท่งฟินที่มีการสูญเสียความร้อนแบบพาความร้อนที่ผิวฟินดังรูป ให้ รูปฟินทรงกระบอกมีพื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอเท่ากับ A และยาว L โดยปลายด้านที่ติดผนังมีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ T_B ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งติดฉนวนไว้ (ฟลักซ์ความร้อนเป็นศูนย์)



ถ้าปัญหาการนำความร้อนนี้สามารถเขียนในรูปสมการดังนี้

$$\frac{d}{dx}\left(kA\frac{dT}{dx}\right) - h(P)(T - T_\infty) = 0$$

โดยที่ h คือสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ผิวฟิน P คือเส้นรอบวงของหน้าตัดทรงกระบอก k คือค่าการนำความร้อนของฟิน และอุณหภูมิอากาศรอบๆเป็น T_∞ และถ้าแบ่งฟินออกเป็น Control Volume 5 ส่วนเท่าๆกันดังแสดงในรูปข้างล่าง จงหา Finite Volume Equation ของแต่ละ node



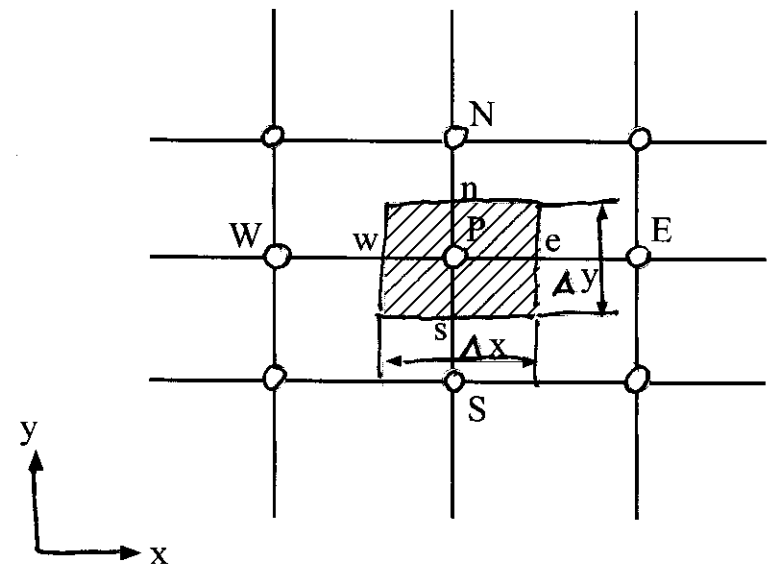
ชื่อ-สกุล_____รหัส_____Section_ _____

ข้อที่ 5. จงหา Finite Volume Equation ของสมการ Unsteady two dimensional heat conduction

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right)+S$$

โดยใช้ Finite Volume Method เมื่อ S เป็น Source term ภายใน Control Volume โดย $S=S_C+S_PT_P$
ถ้ากำหนดให้ ที่เวลา t อุณหภูมิแต่ละตำแหน่งมีค่าเป็น T_P,T_E,T_W,T_N,T_S
และที่เวลา t+Δt อุณหภูมิแต่ละตำแหน่งมีค่าเป็น $T^1_P,T^1_E,T^1_W,T^1_N,T^1_S$ และให้

$\int_t^{t+\Delta t}T_P dt=\left[fT_P^1+(1-f)T_P\right]\Delta t$ โดย f คือ Weighting factor ของอุณหภูมิระหว่างเวลา t และ t+Δt



ถ้าแบ่งขนาดของ CV ในโดเมนของแต่ละแกนให้เท่ากัน คือในแกน x ขนาดของ CV เท่ากับ Δx และในแกน y ขนาดของ CV เท่ากับ Δy และสมมุติให้ค่า k คงที่ตลอดโดเมน จงหา

(1) กรณีที่ f=0 (Explicit Scheme)

(2) กรณีที่ f=0.5 (Crank Nicolson Scheme)

(3) กรณีที่ f=1 (Fully Implicit Scheme)

(4) อธิบายลักษณะของแต่ละ Scheme และเงื่อนไขที่ทำให้ผลการคำนวณถูกต้องตามความ ป็นจริง (Physically realistic solution)