มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษา 2 ปีการศึกษา 2550

วันที่ 25 กุมภาพันธ์ 2551 เวลา 9.00 – 12.00 น.

วิชา Intro to Theory of elastic stability ห้องสอบ R300

รหัสวิชา 221-402 ผู้สอน ผศ.เอกรัฐ สมัครรัฐกิจ

ชื่อ-สกุล.. รหัส...........................

คำชี้แจง

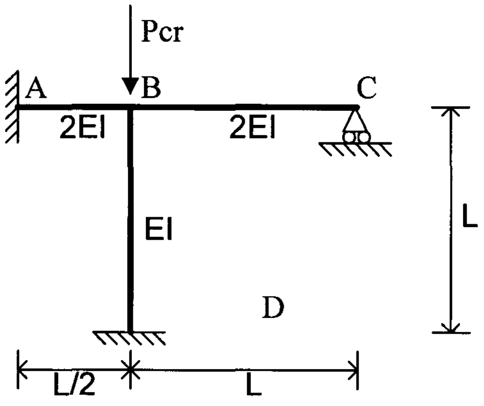
1. ข้อสอบทั้งหมดมี 4 ข้อ คะแนนรวม 100 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 12 หน้า (ไม่รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ) และห้ามแกะหรือฉีกข้อสอบออกจากเล่ม
3. ให้ทำหมดทุกข้อลงในกระดาษคำถาม
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ ทุจริตจะได้ E
5. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด
6. ให้เขียนรหัสในสมุดคำถามทุกหน้า
7. กระดาษทดที่แจกให้ไม่ต้องส่งคืน ถ้าไม่พอขอเพิ่มที่อาจารย์คุมสอบ
8. ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

ตารางคะแนน

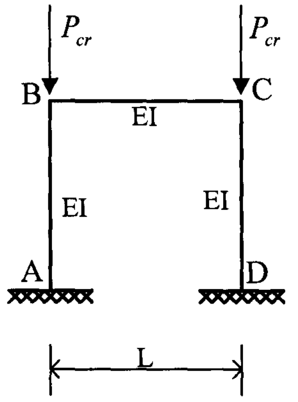
ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	25	
2	25	
3	25	
4	25	
รวม	100	

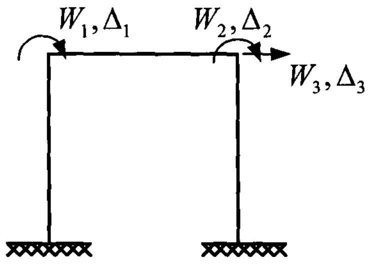
ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำ คือ พักการเรียน 1 ภาคการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต

ข้อที่ 1 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของโครงข้อแข็งดังแสดงในรูป โดยวิธีสมการความลาดชัน-การโก่ง
ตัว (Slope Deflection Method)



ข้อที่ 2 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของเสาในโครงข้อแข็งดังแสดงในในรูปโดยวิธีเมตริกซ์





Gobal deformation

ข้อที่ 3 สมการที่ a เป็นสมการกำลังสามของแรง P (แรงอัดตามแนวแกน) ซึ่งรากของสมการคือแรงวิกฤตของชิ้นส่วนสำหรับกรณีที่หน้าตัดใดๆ ที่คำนึงผลของการบิดด้วย จงวิเคราะห์แรงวิกฤต และรูปแบบการวิบัติของเสารูปรางน้ำ (Channel) ขนาด C200*75*4 mm กำหนดให้เสายาว 3 m E=2.1*10^6 ksc และ G=0.8*10^6 ksc

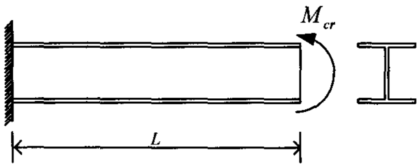
$$(P_y - P)(P_x - P)(P_\phi - P) - (P_y - P)\frac{P^2 x_0^2}{r_0^2} - (P_x - P)\frac{P^2 y_0^2}{r_0^2} = 0 \qquad \text{(a)}$$

โดยที่ $P_y = \dfrac{\pi^2 EI_y}{L^2}$ $P_x = \dfrac{\pi^2 EI_x}{L^2}$ $P_\phi = \dfrac{1}{r_0^2}\left[GJ + \dfrac{\pi^2 EC_w}{L^2}\right]$

$$r_0^{\,2} A = \int_A (x^2 + y^2)\,dA = I_x + I_y$$

ข้อที่ 4 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของคานยื่นที่มีหน้าตัดรูปตัวไอมีความยาว L ดังแสดงในรู ป โดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์ สมมติฟังก์ชันการเปลี่ยนรูปคือ $u = A(1-\cos(\pi z/L))$ และ $\beta = B(1-\cos(\pi z/L))$ กำหนดให้ Total Potential Energy ในกรณีที่คานรับโมเมนต์ดัดคือ

$$U+V = \frac{1}{2}EI_y\int_0^L\left(\frac{d^2u}{dz^2}\right)^2dz + \frac{1}{2}GJ\int_0^L\left(\frac{d\beta}{dz}\right)^2dz + \frac{1}{2}EC_w\int_0^L\left(\frac{d^2\beta}{dz^2}\right)^2dz - M\int_0^L\frac{du}{dz}\frac{d\beta}{dz}dz$$



เอกสารประกอบ

Slope Deflection Equation

$$M_A = \frac{EI}{L}\left(\alpha_n \theta_A + \alpha_f \theta_B\right) - \left(\alpha_n + \alpha_f\right)\frac{\Delta}{L} + M_{AB}^F$$

$$M_B = \frac{EI}{L}\left(\alpha_f \theta_A + \alpha_n \theta_B\right) - \left(\alpha_n + \alpha_f\right)\frac{\Delta}{L} + M_{BA}^F$$

โดยที่

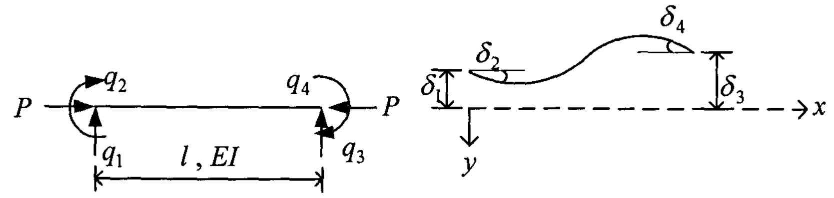
$$\phi_n = \frac{1}{(kL)^2}\left(1 - kL\cot kL\right)$$

$$\phi_f = \frac{1}{(kL)^2}\left(kL\csc kL - 1\right)$$

$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

Matrix Stiffness



(a) (b)

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2/l \\ q_3 \\ q_4/l \end{Bmatrix} = \left[\frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix} 12 & -6 & -12 & -6 \\ -6 & 4 & 6 & 2 \\ -12 & 6 & 12 & 6 \\ -6 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix} - \frac{P}{l}\begin{bmatrix} \frac{6}{5} & -\frac{1}{10} & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{2}{15} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{30} \\ -\frac{6}{5} & \frac{1}{10} & \frac{6}{5} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{10} & \frac{2}{15} \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 l \\ \delta_3 \\ \delta_4 l \end{Bmatrix}$$

ตารางที่ A4 สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน

(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n+\alpha_f$	$\alpha_n - \frac{\alpha_f^2}{\alpha_n}$
3.9	6.2041	2.0611	-2.0674	-78.3349	78.5771	0.2422	0.4852
3.8	6.1241	1.0444	-1.0574	-38.1745	38.6503	0.4758	0.9575
3.7	6.0430	0.7030	-0.7230	-24.6852	25.3865	0.7013	1.4225
3.6	5.9608	0.5303	-0.5576	-17.8668	18.7860	0.9192	1.8857
3.5	5.8774	0.4250	-0.4600	-13.7190	14.8490	1.1301	2.3532
3.4	5.7928	0.3532	-0.3963	-10.9082	12.2425	1.3342	2.8316
3.3	5.7070	0.3004	-0.3523	-8.8629	10.3950	1.5321	3.329
3.2	5.6199	0.2594	-0.3206	-7.2971	9.0212	1.7241	3.8556
3.1	5.5313	0.2260	-0.2974	-6.0519	7.9625	1.9105	4.4242
3.0	5.4414	0.1979	-0.2802	-5.0320	7.1236	2.0917	5.0523
2.9	5.3499	0.1734	-0.2676	-4.1765	6.4443	2.2678	5.7671
2.8	5.2569	0.1514	-0.2586	-3.4449	5.8842	2.4393	6.6059
2.7	5.1622	0.1310	-0.2526	-2.8091	5.4154	2.6063	7.6308
2.6	5.0657	0.1118	-0.2494	-2.2490	5.0180	2.7691	8.9475
2.5	4.9673	0.0930	-0.2486	-1.7499	4.6777	2.9278	10.7543
2.4	4.8669	0.0742	-0.2502	-1.3006	4.3833	3.0827	13.4723
2.3	4.7645	0.0550	-0.2542	-0.8926	4.1266	3.2340	18.1845
2.2	4.6597	0.0347	-0.2610	-0.5194	3.9012	3.3818	28.7813
2.1	4.5526	0.0128	-0.2707	-0.1757	3.7020	3.5263	77.8328
2.0	4.4429	-0.0115	-0.2842	0.1428	3.5248	3.6676	-86.8644
1.9	4.3304	-0.0394	-0.3022	0.4394	3.3665	3.8059	-25.3521
1.8	4.2149	-0.0726	-0.3263	0.7170	3.2244	3.9414	-13.7828
1.7	4.0961	-0.1133	-0.3588	0.9779	3.0962	4.0741	-8.8253
1.6	3.9738	-0.1658	-0.4036	1.2240	2.9801	4.2041	-6.0320
1.5	3.8476	-0.2372	-0.4681	1.4570	2.8747	4.3317	-4.2150

ตารางที่ A4 (ต่อ) สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน

(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n+\alpha_f$	$\alpha_n - \frac{\alpha_f^2}{\alpha}$
1.4	3.7172	-0.3422	-0.5666	1.6782	2.7785	4.4568	-2.922[illegible]
1.3	3.5820	-0.5145	-0.7329	1.8889	2.6906	4.5795	-1.943[illegible]
1.2	3.4414	-0.8554	-1.0682	2.0901	2.6100	4.7001	-1.1690
1.1	3.2949	-1.8716	-2.0792	2.2827	2.5358	4.8185	-0.534[illegible]
1.0	3.1414	2026.5757	2026.3730	2.4676	2.4673	4.9349	0.000[illegible]
0.9	2.9802	2.1737	1.9757	2.6451	2.4041	5.0493	0.4600
0.8	2.8098	1.1595	0.9658	2.8161	2.3456	5.1617	0.862[illegible]
0.7	2.6283	0.8197	0.6300	2.9810	2.2912	5.2723	1.220[illegible]
0.6	2.4333	0.6487	0.4628	3.1404	2.2407	5.3811	1.5417
0.5	2.2212	0.5452	0.3630	3.2946	2.1936	5.4882	1.8341
0.4	1.9867	0.4757	0.2969	3.4440	2.1496	5.5937	2.1023
0.3	1.7204	0.4255	0.2500	3.5890	2.1085	5.6975	2.3503
0.2	1.4046	0.3874	0.2150	3.7298	2.0700	5.7999	2.58[illegible]0
0.1	0.9930	0.3575	0.1881	3.8668	2.0339	5.9007	2.79[illegible]0
0.0	0.0000	0.3333	0.1667	4.0000	2.0000	6.0000	3.0000

โดยที่

$$kL = L\sqrt{\frac{P}{EI}} = \pi\sqrt{\frac{PL^2}{\pi EI}} = \pi\sqrt{\frac{P}{P_{cr}}}$$

$$\phi_n = \frac{1}{(kL)^2}(1 - kL\cot kL)$$

$$\phi_f = \frac{1}{(kL)^2}(kL\csc kL - 1)$$

$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$$

$ax^2+bx+c=0$

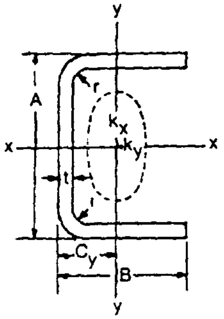
soln $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

ขนาดระบุของเหล็กรูปรางน้ำชนิดผลิตเย็น (light channels)

โมเมนต์อินเนอร์เชีย $I = ak^2$

รัศมีไจเรชัน $k = \sqrt{\frac{I}{a}}$

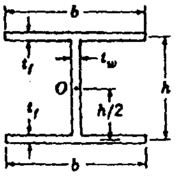
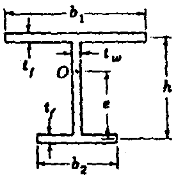
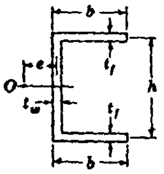
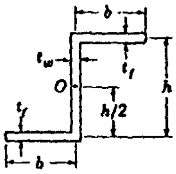
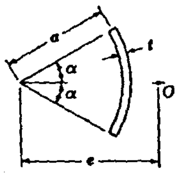
เซ็คชั่นโมดูลัส $S = \frac{I}{c}$



ขนาด A × B × t มิลลิเมตร	น้ำหนัก กิโลกรัม ต่อเมตร	พื้นที่หน้าตัด a ตาราง เซนติเมตร	ความยาวด้าน มิลลิเมตร		ความหนา t มิลลิเมตร	รัศมีส่วนโค้ง r มิลลิเมตร	ระยะห่างจากศูนย์ถ่วง C_y เซนติเมตร	โมเมนต์อินเนอร์เชีย (เซนติเมตร)^4		รัศมีไจเรชัน เซนติเมตร		เซ็กชั่นโมดูลัส (เซนติเมตร)^3	
			A	B				I_x	I_y	k_x	k_y	S_x	S_y
60 × 30 × 2.3	2.03	2.59	60	30	2.3	2.3	0.86	14.2	2.26	2.34	0.94	4.72	1.06
80 × 40 × 4	2.03	5.87	80	40	4.0	4.0	1.18	55.4	8.91	3.07	1.23	13.9	3.16
100 × 50 × 4	2.03	7.47	100	50	4.0	4.0	1.41	113	18.2	3.89	1.56	22.6	5.09
125 × 65 × 4	2.03	9.67	125	65	4.0	4.0	1.84	236	40.6	4.94	2.05	37.7	8.71
150 × 75 × 4	2.03	11.5	150	75	4.0	4.0	2.06	404	64.2	5.93	2.36	53.8	11.8
200 × 75 × 4	2.03	13.5	200	75	4.0	4.0	1.78	792	69.9	7.67	2.28	79.2	12.2

TABLE A-3. PROPERTIES OF SECTIONS

O = shear center J = torsion constant C_w = warping constant

	$J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$ $C_w = \frac{t_f h^2 b^3}{24}$	If $t_f = t_w = t$: $J = \frac{t^3}{3}(2b + h)$
	$e = h\frac{b_1^3}{b_1^3 + b_2^3}$ $J = \frac{(b_1 + b_2)t_f^3 + ht_w^3}{3}$ $C_w = \frac{t_f h^2}{12}\frac{b_1^3 b_2^3}{b_1^3 + b_2^3}$	If $t_f = t_w = t$: $J = \frac{t^3}{3}(b_1 + b_2 + h)$
	$e = \frac{3b^2 t_f}{6bt_f + ht_w}$ $J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$ $C_w = \frac{t_f b^3 h^2}{12}\frac{3bt_f + 2ht_w}{6bt_f + ht_w}$	If $t_f = t_w = t$: $e = \frac{3b^2}{6b + h}$ $J = \frac{t^3}{3}(2b + h)$ $C_w = \frac{tb^3h^2}{12}\frac{3b + 2h}{6b + h}$
	$J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3}$ $C_w = \frac{b^3h^2}{12(2b + h)^2}$ $\times [2t_f(b^2 + bh + h^2) + 3t_w bh]$	If $t_f = t_w = t$: $J = \frac{t^3}{3}(2b + h)$ $C_w = \frac{tb^3h^2}{12}\frac{b + 2h}{2b + h}$
	$e = 2a\frac{\sin\alpha - \alpha\cos\alpha}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}$ $J = \frac{2\alpha a t^3}{3}$ $C_w = \frac{2ta^5}{3}$ $\times\left[\alpha^3 - \frac{6(\sin\alpha - \alpha\cos\alpha)^2}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}\right]$	If $2\alpha = \pi$: $e = \frac{4a}{\pi}$ $J = \frac{\pi a t^3}{3}$ $C_w = \frac{2ta^5}{3}\left(\frac{\pi^2}{8} - \frac{12}{\pi}\right)$ $= 0.0374ta^5$