มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบปลายภาค: ภาคการศึกษาที่ 2 **ปีการศึกษา**: 2551

วันที่สอบ: 23 ธันวาคม 2551 **เวลาสอบ**: 13.30-16.30

รหัสวิชา: 241-310 **ห้องสอบ**: A201

ชื่อวิชา: วิธีเชิงตัวเลขสำหรับวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ (Numerical Methods for Computer Engineering)

คำสั่ง: **อ่านรายละเอียดของข้อสอบ และคำแนะนำให้เข้าใจก่อนเริ่มทำข้อสอบ**

อนุญาต: หนังสือ, เครื่องคิดเลข และเอกสารใดๆ

เวลา: 3 ชั่วโมง (180 นาที)

คำแนะนำ

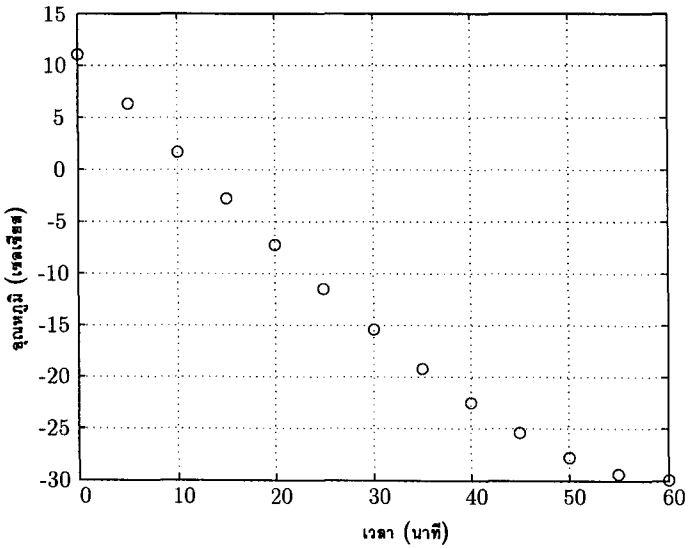
- ข้อสอบมี **7** หน้า (รวมใบปะหน้า) คะแนนรวม **25** คะแนน
- **คำตอบทั้งหมดจะต้องเขียนลงในข้อสอบ** รวมทั้งเขียนชื่อและรหัสนักศึกษา**ในทุกหน้าของข้อสอบให้ชัดเจน**
- คำตอบส่วนใดอ่านไม่ออก จะถือว่าคำตอบนั้นผิด
- หากข้อใดเขียนตอบไม่พอ ให้เขียนเพิ่มที่ด้านหลังของกระดาษ

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือปรับตกในรายวิชานี้
และพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

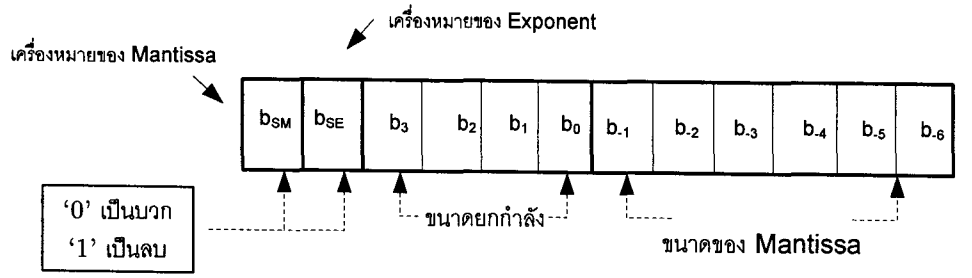
<u>จงใช้ข้อมูลนี้สำหรับตอบคำถามทุกข้อ</u>

สมหญิงออกแบบระบบลดอุณหภูมิที่สามารถทำความเย็นจัดได้อย่างรวดเร็ว เมื่อออกแบบสำเร็จ สมหญิงได้ทำการทดลองวัดอุณหภูมิในห้องเย็นภายในเวลา 1 ชั่วโมงและวัดทุกๆ 5 นาที สมมติให้ขณะเริ่มทดลอง อุณหภูมิในห้องเย็นเท่ากับ 11 องศาเซลเซียส สมหญิงได้ข้อมูลอุณหภูมิซึ่งวัดอุณหภูมิด้วยทศนิยม 2 ตำแหน่งทุกๆ 5 นาทีดังตารางและกราฟ

นาที	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
อุณหภูมิ (เซลเซียส)	11	6.28	1.64	-2.88	-7.28	-11.51	-15.52	-19.24	-22.61	-25.51	-27.82	-29.36	-29.91



1. จากข้อมูลข้างต้น หากสมหญิงป้อนข้อมูลให้กับระบบโปรแกรมซึ่งมีรูปแบบการจัดเก็บข้อมูลแบบ floating-point ในระบบเลขฐานสองดังนี้



กำหนดให้ b_{SM} แทน บิตเครื่องหมายของเลข Mantissa

b_{SM} แทน บิตเครื่องหมายของเลข ยกกำลัง (Exponent)

b_3-b_0 แทนขนาดของเลขยกกำลัง

b_{-1}-b_{-6} แทนขนาดของเลข Mantissa

ก. จงเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าตัวเลขจำนวนจริงที่มีจุดทศนิยมกับรูปแบบล่าง (2 คะแนน)

ข. จงหาค่าจำนวนจริงบวก ที่น้อยที่สุดและมากที่สุดที่สามารถแสดงได้ (2 คะแนน)

ค. จงหาค่า Machine epsilon (1 คะแนน)

ง. หากสมหญิงต้องใช้ระบบนี้ในการจัดเก็บข้อมูลอุณหภูมิโดยต้องการความถูกต้องในเลขนัยสำคัญสองตำแหน่ง ท่านคิดว่าเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด หากไม่เหมาะสมแล้ว ให้เสนอแนะรูปแบบการจัดเก็บข้อมูล floating-point ในระบบฐานสองสำหรับงานของสมหญิง <u>โดยต้องใช้ทรัพยากรหน่วยความจำน้อยที่สุด</u>

(3 คะแนน)

2. จากข้อมูล ถ้าสมหญิงใช้ระบบทำความเย็นที่กล่าวไว้ข้างต้นควบคู่กับระบบรักษาระดับอุณหภูมิโดยต้องการให้อุณหภูมิคงที่ ณ 0 องศาจากเริ่มต้น 11 องศา สมหญิงสามารถจำลองข้อมูลอุณหภูมิที่วัดได้เมื่อเทียบกับเวลาด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ดังนี้

$$T = \sqrt{e^{\frac{t}{10}}} - t + 10 \quad \text{เซลเซียส}$$

จงแสดงวิธีทำเชิงเลขโดยละเอียดเพื่อวิเคราะห์ว่าระบบรักษาระดับอุณหภูมิควรจะเริ่มทำงานหลังจากระบบทำความเย็นนี้กี่นาที (ตอบเป็นหน่วยนาทีและวินาที) โดยยอมให้มีความเคลื่อนได้ 6 วินาที

(9 คะแนน)

3. จงใช้อนุกรมเทยล์เลอร์อันดับ 2 กับสมการอุณหภูมิที่สมหญิงใช้ในข้อ 2 กล่าวคือ

$$T = \sqrt{e^{\frac{t}{10}}} - t + 10$$

ก. จงแสดงวิธีทำอย่างละเอียดพร้อมทั้งแสดงสมการที่ได้

(5 คะแนน)

ข. ใช้สมการที่ได้จากการประมาณด้วยอนุกรมเทยล์เลอร์เพื่อคำนวณหาว่าระบบรักษาระดับอุณหภูมิควรจะเริ่มทำงานหลังจากระบบทำความเย็นนี้กี่นาที (ตอบเป็นหน่วยนาทีและวินาที)

(3 คะแนน)