

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำปีการศึกษาที่ 2

ประจำปีการศึกษา 2551

วันที่ 25 ธันวาคม 2551

เวลา 09.00 - 12.00 น.

วิชา 215-352 / 216-352 Automatic Control Systems

ห้อง R200, R201

คำสั่ง :

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 5 ข้อ ให้ทำทุกข้อ
2. อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลขทุกชนิดเข้าห้องสอบได้
3. อนุญาตให้ทำข้อสอบด้วยดินสอได้
4. ไม่อนุญาตให้นำตำราทุกชนิดเข้าห้องสอบ

รศ. ปัญญรักษ์ งามศรีตระกูล

ผู้ออกข้อสอบ

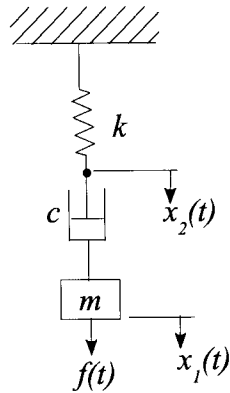
ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	15	
2	25	
3	35	
4	15	
5	20	
รวม	110	

1 ให้เลือกทำเพียง 1 ข้อย่อย

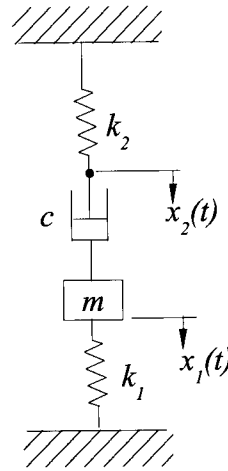
Read first

1.1) จงหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นสมการอนุพันธ์ของระบบเชิงกลในรูปที่ 1.1

(10 คะแนน)



รูปที่ 1.1

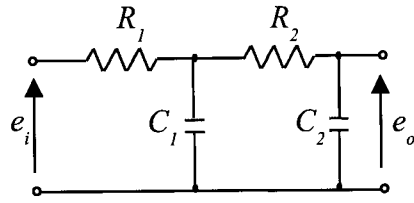


รูปที่ 1.2

1.2) มวล m ของระบบเชิงกลในรูปที่ 1.2 ถูกกระทำด้วยแรงภายนอก $f(t)$ จงหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบนี้ โดยให้ $x_1(t)$ เป็น output (หรือการตอบสนอง) ของระบบ

(15 คะแนน)

1.3) จงหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบในรูปที่ 1.3 โดยให้ $e_i(t)$ เป็น input และ $e_o(t)$ เป็น output (15 คะแนน)



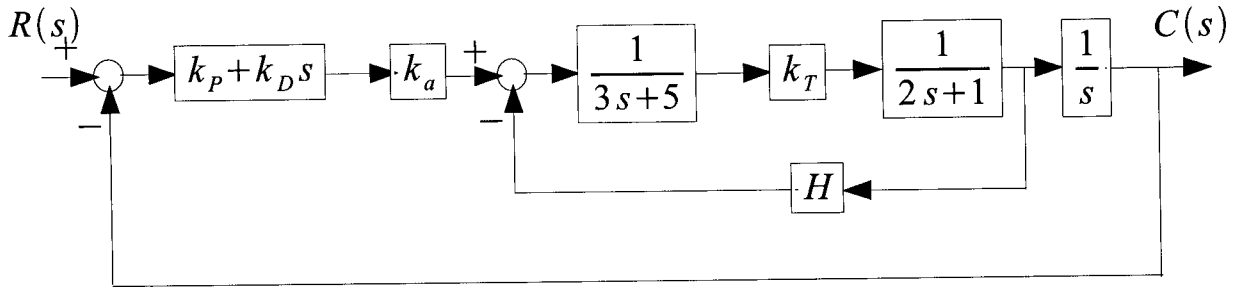
รูปที่ 1.3

1.4) ให้นักศึกษายกตัวอย่างระบบทางกายภาพอย่างอิสระ และแสดงวิธีการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และ ฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบดังกล่าว (15 คะแนน)

2 (25 คะแนน)

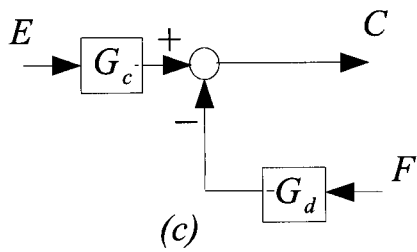
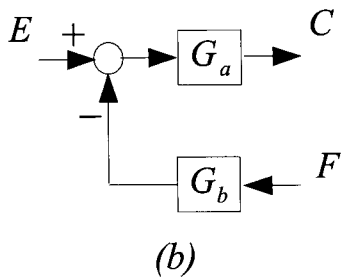
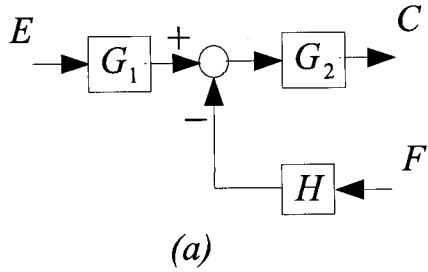
2.1) จงหาฟังก์ชันถ่ายโอน โดยการลดรูปของแผนภาพกล่องต่อไปนี้ โดยแสดงขั้นตอนการลดรูปอย่างเหมาะสม

(15 คะแนน)



รูปที่ 2.1

2.2) รูป 2.2 (a) (b) และ (c) เป็นแผนภาพกล่องที่เทียบเท่าซึ่งกันและกัน จงหาค่าของ G_a , G_b , G_c และ G_d ในรูปของ G_1 , G_2 , และ H (10 คะแนน)



รูปที่ 2.2

3 (35 คะแนน)

3.1 จงวิเคราะห์เสถียรภาพของระบบที่มีสมการคุณลักษณะดังต่อไปนี้ โดยสังเกตจาก ส.ป.ส. ของแต่ละพจน์เท่านั้น (ห้ามใช้วิธี Routh-Hurwitz) โดยระบุว่า stable, unstable, marginally stable, unstable or marginally stable หรือ บอกไม่ได้

(15 คะแนน)

(1) $s^5 + 2s^4 + 5s^3 + 4s^2 + 6s = 0$ _____

(2) $s^4 + s^3 + s + 0.5 = 0$ _____

(3) $s^4 + s^3 + 5s^2 + 5s + 2 = 0$ _____

(4) $s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 2s + 5 = 0$ _____

(5) $s^4 + s^3 + 5s^2 + 2s + 4 = 0$ _____

(6) $s^4 + 3s^3 + 2s^2 - s + 1 = 0$ _____

3.2 จากสมการคุณลักษณะที่กำหนด จงหาค่าของ K ที่จะทำให้ระบบมีเสถียรภาพ

(20 คะแนน)

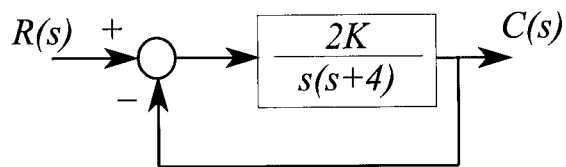
$$s^4 + 2s^3 + 25s^2 + 18s + K = 0$$

4. จงหา damping ratio (ζ), undamped natural frequency (ω_n), settling time (T_s), peak time (T_p), และ percent overshoot ของระบบที่มีฟังก์ชันถ่ายโอน ดังนี้ (15 คะแนน)

$$T(s) = \frac{49}{s^2 + 8s + 49}$$

5. สำหรับระบบควบคุมแบบปิดในรูปที่ 5

(20 คะแนน)



รูปที่ 5

- 5.1) ถ้า $K=10$ จงหาค่าของ undamped natural frequency, damping ratio และ 2% settling time.
- 5.2) จงหาค่าของ K ที่จะทำให้ damping ratio = 0.7
- 5.3) จงหาค่าความผิดพลาดคงตัว(steady-state error) ต่อ Ramp input เมื่อ $K=10$

สมการที่เป็นประโยชน์

Laplace transform : $F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$

Laplace transform table and Laplace transform theorem

Item no.	f(t)	F(s)
1.	$\delta(t)$	1
2.	$u(t)$	$\frac{1}{s}$
3.	$tu(t)$	$\frac{1}{s^2}$
4.	$t^n u(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5.	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$
6.	$\sin \omega t u(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
7.	$\cos \omega t u(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

Item no.	Theorem	Name
1.	$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$	Definition
2.	$\mathcal{L}[kf(t)] = kF(s)$	Linearity theorem
3.	$\mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = F_1(s) + F_2(s)$	Linearity theorem
4.	$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s+a)$	Frequency shift theorem
5.	$\mathcal{L}[f(t-T)] = e^{-sT}F(s)$	Time shift theorem
6.	$\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$	Scaling theorem
7.	$\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s) - f(0^-)$	Differentiation theorem
8.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^2f}{dt^2}\right] = s^2F(s) - sf(0^-) - \dot{f}(0^-)$	Differentiation theorem
9.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^n f}{dt^n}\right] = s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0^-)$	Differentiation theorem
10.	$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$	Integration theorem
11.	$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$	Final value theorem ¹
12.	$f(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$	Initial value theorem ²

¹ For this theorem to yield correct finite results, all roots of the denominator of F(s) must have negative real parts and no more than one can be at the origin.
² For this theorem to be valid, f(t) must be continuous or have a step discontinuity at t = 0 (i.e., no impulses or their derivatives at t = 0).

Transfer functions (ฟังก์ชันถ่ายโอน)

First order system : $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{a_1 s + a_0} = \frac{K}{Ts + 1}$

Second order system : $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

Time Constant : $T = \frac{1}{\zeta\omega_n}$, Peak Time: $T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$, Settling Time: $T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 4T$

Percent overshoot: $\%OS = PO = 100e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

Routh-Hurwitz Criterion $Q_n(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0, a_0 \neq 0$

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}	a_{n-6}	\dots	$b_1 = -\frac{1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}$
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}	a_{n-7}	\dots	
s^{n-2}	b_1	b_2	b_3	b_4	\dots	$b_2 = -\frac{1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}$
s^{n-3}	c_1	c_2	c_3	c_4	\dots	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	$c_1 = -\frac{1}{b_1} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$
s^2	k_1	k_2				
s^1	l_1					$c_2 = -\frac{1}{b_1} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}$
s^0	m_1					