ชื่อ-สกุล________________________รหัส__________________________Section________

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2551

วันที่ 26 ธันวาคม 2551 เวลา 13:30 – 16:30 น.

วิชา 215-653 Computational Fluid Dynamics ห้อง A300

==

คำสั่ง

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อ ให้ทำทุกข้อ
2. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารใดๆเข้าห้องสอบ
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกรุ่น
4. ให้เขียนชื่อ-สกุล รหัสนักศึกษาลงในข้อสอบ**ทุกหน้า**

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำปรับตกในรายวิชานั้นและพักการศึกษาหนึ่งภาคการศึกษา

ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	20	
2	20	
3	20	
4	20	
5	10	
6	30	
รวม	130	

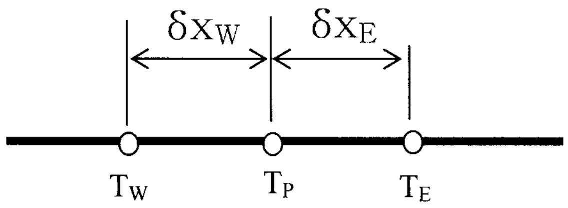
อาจารย์ ชยุต นันทดุสิต
(ผู้ออกข้อสอบ)

ชื่อ-สกุล_______________________รหัส_________________________Section_______

ข้อที่ 1. จงอธิบายขั้นตอนของกระบวนการเพื่อคำนวณพลศาสตร์ของไหล

ชื่อ-สกุล______________________รหัส________________________Section_______

ข้อที่ 2. จงอธิบายหลักการของระเบียบวิธีการแก้ปัญหาทางพลศาสตร์ของไหลโดยใช้ Finite Difference Method, Finite Volume Method แต่ละวิธีมีจุดเด่นหรือจุดด้อยอะไร และจงหาสมการเชิงพีชคณิตของสมการ $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$ ในรูปของตัวแปรที่แสดงในรูปข้างล่างโดยใช้ Finite Difference Method และ Finite Volume Method



Hint: Taylor's series expansion

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{(\Delta x)^2}{2} + \cdots \frac{\partial^n f}{\partial x^n}\frac{(\Delta x)^n}{n!} + \cdots$$

ชื่อ-สกุล_______________________รหัส_________________________Section________

ข้อที่ 3. โดยทั่วไปแล้วสมการอนุพันธ์จะต้องใช้เงื่อนไข Initial condition หรือ Boundary condition ในการหาคำตอบ ซึ่งสามารถแบ่งปัญหาออกได้เป็น 3 ประเภท คือ Elliptic problem, Hyperbolic problem และ Parabolic problem จงอธิบายคุณลักษณะทางกายภาพของปัญหาแต่ละประเภทและยกตัวอย่างปัญหาการไหลหรือการถ่ายเทความร้อนที่สอดคล้องกับปัญหาแต่ละประเภท

ข้อที่ 4. จงหาสมการเชิงพีชคณิตของสมการนำความร้อนแบบ 1 มิติ

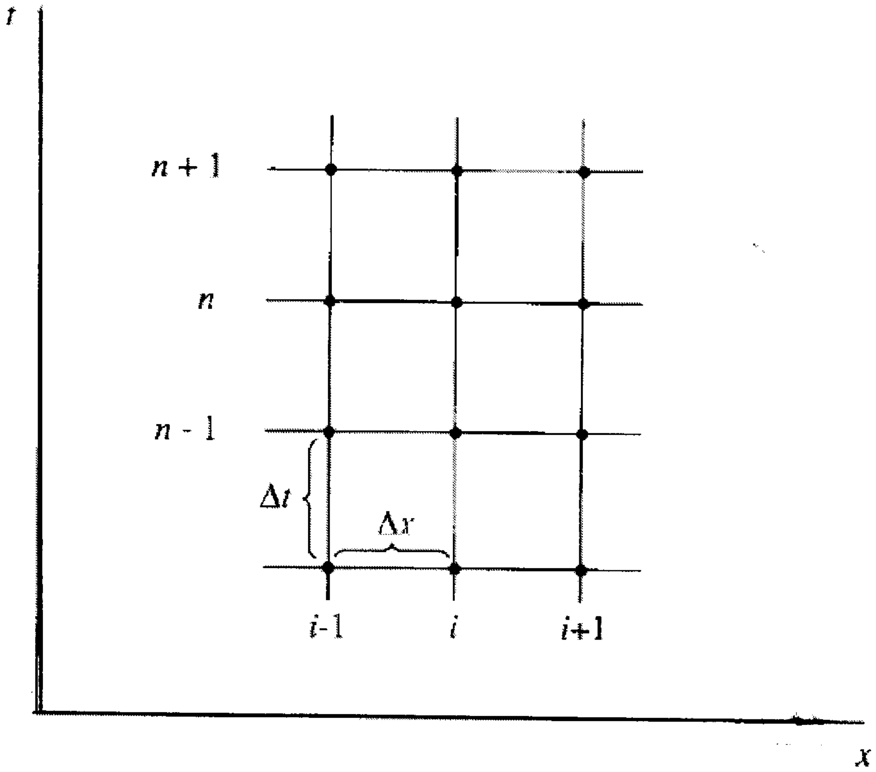
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

โดยอนุพันธ์ $\frac{\partial T}{\partial t}$ ให้ใช้สมการ Finite Difference รูปแบบ First-order forward difference และอนุพันธ์ $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ ให้ใช้สมการ Finite Difference รูปแบบ Second-order central difference

(ก) กรณีใช้ระเบียบวิธีแบบ Explicit scheme

(ข) กรณีใช้ระเบียบวิธีแบบ Implicit scheme

(ค) จงอธิบายถึงจุดเด่นและจุดด้อยของแต่ละระเบียบวิธี



ชื่อ-สกุล________________________ รหัส__________________________ Section________

ข้อที่ 5. จงอธิบายความหมายของแต่ละเทอมในสมการ General transport equations

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho\phi\bar{u}) = \mathrm{div}(\Gamma\,\mathrm{grad}\phi) + S_\phi$$

และแสดงให้เห็นว่าสมการพื้นฐานที่ใช้ในการคำนวณทางพลศาสตร์ของไหลทั้ง 3 สมการ ได้แก่ สมการของมวล สมการของโมเมนตัม และสมการของพลังงาน สอดคล้องกับสมการนี้อย่างไร

Hint:

Continuity equation :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

Momentum equation :

x component:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \rho f_x$$

y component:

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + \rho f_y$$

z component:

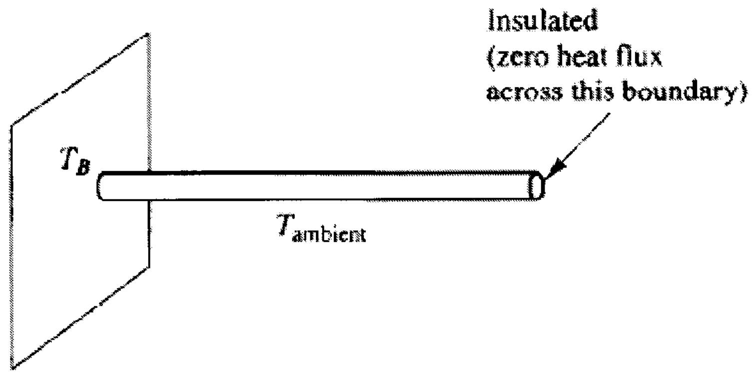
$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \mathbf{V}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \rho f_z$$

Energy equation :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\left(e + \frac{V^2}{2}\right)\right] + \nabla \cdot \left[\rho\left(e + \frac{V^2}{2}\right)\mathbf{V}\right] &= \rho\dot{q} + \frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) - \frac{\partial(up)}{\partial x} - \frac{\partial(vp)}{\partial y} - \frac{\partial(wp)}{\partial z} + \frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} \\ &+ \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} + \rho\mathbf{f} \cdot \mathbf{V}\end{aligned}$$

ชื่อ-สกุล______________________รหัส________________________Section_______

ข้อที่ 6. จงใช้วิธี Finite Volume Method ในการแก้ปัญหาการนำความร้อนแบบคงตัว 1 มิติ เพื่อหาการกระจายอุณหภูมิในแท่งฟินที่มีการสูญเสียความร้อนแบบพาความร้อนที่ผิวฟินดังรูป ในรูปฟินทรงกระบอกมีพื้นที่หน้าตัดสม่ำเสมอเท่ากับ A และยาว L โดยปลายด้านที่ติดผนังมีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ T_B ส่วนปลายอีกด้านหนึ่งติดฉนวนไว้ (ฟลักซ์ความร้อนเป็นศูนย์)



ถ้าปัญหาการนำความร้อนนี้สามารถเขียนในรูปสมการดังนี้

$$\frac{d}{dx}\left(kA\frac{dT}{dx}\right) - hP(T - T_\infty) = 0$$

โดยที่ h คือสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ผิวฟิน P คือเส้นรอบวงของหน้าตัดทรงกระบอก k คือค่าการนำความร้อนของฟิน และอุณหภูมิอากาศรอบๆเป็น T_∞ และถ้าแบ่งฟินออกเป็น Control Volume 5 ส่วนเท่าๆกันดังแสดงในรูปข้างล่าง จงหา Finite Volume Equation ของแต่ละ node