

ตอนที่ 1 : มีข้อสอบ 6 ข้อ (ข้อ 1 – ข้อ 6) ทั้งหมด 25 คะแนน

1. กำหนดเมตริกซ์

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -6 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

1.1) จงหา Eigen values

(1 คะแนน)

ตอบ _____

1.2) จงหา Eigen vector ของเมตริกซ์ A

(2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

1.3) จงหาเมตริกซ์ P ที่ทำให้ $P^{-1}AP$ เป็น diagonal matrix (1 คะแนน)

ตอบ _____

1.4) อยากทราบว่าเมตริกซ์ P ในข้อ 1.3) เป็น orthogonal matrix หรือไม่ เพราะเหตุใด สามารถทำให้เมตริกซ์ P เป็นเมตริกซ์แบบ orthogonal matrix ได้หรือไม่ (2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

2. จงหาเมทริกซ์ A ซึ่งมี eigenvalues เป็น 1, 2 และ 3 ที่สัมพันธ์กับ eigen vectors $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ และ

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ตามลำดับ

(2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

3. กำหนดสมการ $3x_1^2 + 3x_2^2 - 4x_1x_2 - 3x_1x_3 + 2x_2x_3 + x_3^2$ ซึ่งอยู่ในรูป Quadratic form จงหาเมตริก A ของสมการดังกล่าว (1 คะแนน)

ตอบ _____

4. กำหนดสมการในรูป Quadratic form ดังนี้

$$3x_1^2 - 4x_1x_3 + 2x_2^2 = 4$$

ตอบคำถามต่อไปนี้

- 4.1) จงหา orthogonal matrix ซึ่งเป็น diagonalizes กับเมตริก A ของสมการ (2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

4.2) จงหาสมการในรูป standard form

(1 คะแนน)

ตอบ _____

6. จงบอกชนิดของเมตริกซ์ต่อไปนี้ว่าเป็นชนิดใด (Unitary Matrix, Hermitian Matrix, Skew-Hermitian Matrix หรือไม่เป็นชนิดใดๆ) และตรวจสอบดูว่าเมตริกซ์ใดเป็น Diagonalizable Matrix (8 คะแนน)

$$6.1) \begin{pmatrix} 15 & 8i & 6 - 2i \\ -8i & 0 & -4 + i \\ 6 + 2i & -4 - i & -3 \end{pmatrix}$$

ตอบ _____

$$6.2) \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

$$6.3) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix}$$

ตอบ _____

$$6.4) \begin{pmatrix} i & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2i \\ 1 & 2i & 0 \end{pmatrix}$$

ตอบ _____

ตอนที่ 2 : มีข้อสอบ 4 ข้อ (ข้อ 7 - ข้อ10) ทั้งหมด 15 คะแนน

7. จงคำนวณหาค่าต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาด และ argument (5 คะแนน)

7.1)
$$\frac{3e^{i\frac{\pi}{4}} \times 7e^{i90^\circ}}{\sqrt{3} + i}$$

ตอบ _____

7.2)
$$\frac{(7 + i4)(7 - i4)}{(1 + i)^2}$$

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

7.3) $\frac{(1+2i)+(3-i4)}{(3-5i)(1-2i)}$

ตอบ _____

8. กำหนดให้ $z = \sigma + i\omega$ จงหาค่า $\text{Re}(z^2 + 2z + 1)$ และ $\text{Im}(z^2 + 2z + 1)$ (2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

9. จงวาดรูปของเซตของข้อมูลต่อไปนี้ (4 คะแนน)

9.1) $|z+1-2i| < 3$

ตอบ _____

9.2) $|z+i| < |z-1-4i|$

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

10. จากเซตของจำนวนเชิงซ้อนต่อไปนี้จงหาว่าเป็น open set, closed set, open and closed, or neither open or closed , all limit points of set, all boundary points (4 คะแนน)

10.1) K เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน $x + \frac{1}{n}i$ เมื่อ x เป็นจำนวนจริงและ n เป็นจำนวนเต็มบวก

ตอบ _____

10.2) เป็นเซตของ z เมื่อ $2 \leq |z+1| \leq 4$

ตอบ _____

