มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2551

วันที่ 22 กุมภาพันธ์ 2552 เวลา 13.30-16.30 น.

วิชา 215-323, 216-323 MECHANICS OF MATERIALS II ห้อง R 200

<u>คำสั่ง</u>

1. ข้อสอบทั้งหมดมี 5 ข้อ คะแนนเท่ากันทุกข้อ
2. ห้ามนำหนังสือและเอกสารใดๆเข้าห้องสอบ
3. เขียนคำตอบในสมุดคำตอบ

อ.สมบูรณ์ วรวุฒิคุณชัย

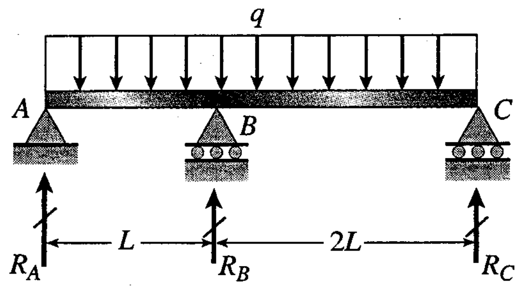
ผู้ออกข้อสอบ

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือ ปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต และพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา

Q1. คานต่อเนื่อง (continuous beam) ABC มีช่วง AB ยาวเท่ากับ L และช่วง BC ยาวเท่ากับ 2L และ มีหน้าตัดขวางเท่ากันโดยตลอด รองรับแรงกระจายสม่ำเสมอ ขนาด q ต่อหนึ่งหน่วยความยาว ตลอดความยาวของคาน ดังแสดงในรูป (1)

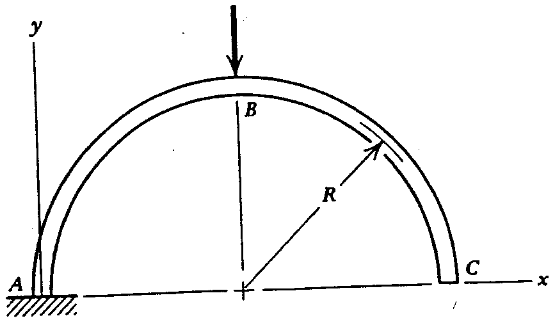
ให้ คำนวณหา (i) แรงปฏิกิริยาที่จุด A , B และ C

(ii) เขียนผังโมเมนต์ดัด (bending moment diagram) ของคานนี้



รูป (1)

Q2. คานโค้งรูปครึ่งวงกลม ABC มีระนาบหน้าตัดขวางเล็กมากเมื่อเทียบกับรัศมีความโค้งของคาน ถ้า มีแรง P มากระทำที่จุด B ดังแสดงในรูป (2) ให้แสดงให้เห็นว่า จุด C จะต้องเคลื่อนที่ลงเป็นระยะ $\delta_c = \dfrac{PR^3}{EI}\left(1+\dfrac{\pi}{4}\right)$



รูป (2)

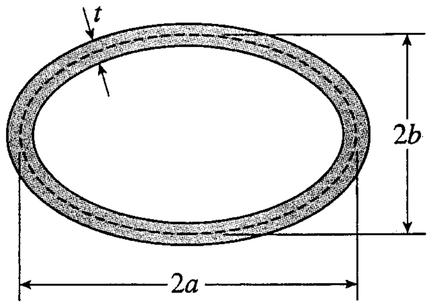
Q3. ท่อเหล็กผนังบาง มีระนาบหน้าตัดขวางเป็นรูปวงรี (ellipse) ดังแสดงในรูป (3) ถ้ามีโมเมนต์บิด(Torque) ขนาด เท่ากับ $18x10^3$ lb - in มากระทำ ให้คำนวณหาค่า :

(a) ความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นบนหน้าตัดขวางของท่อ

(b) มุมบิดต่อหนึ่งหน่วยความยาวของท่อ

กำหนดให้ : t = 0.2 in , a = 3 in , b = 2 in

ค่า shear modular ของเหล็ก , G = $12x10^6$ psi



รูป(3)

Q4. ท่อประกอบผนังหนาท่อนหนึ่งทำด้วยเหล็ก ประกอบขึ้นด้วยท่อชั้นใน ซึ่งมีรัศมีของผิวในเท่ากับ 10 mm. และรัศมีของ ผิวนอกเท่ากับ 25.072 mm. และท่อชิ้นนอก มีรัศมีของผิวในเท่ากับ 25 mm. และรัศมีของผิวนอก เท่ากับ 50 mm. นั่นคือ ก่อนที่จะประกอบท่อทั้งสองเข้าด้วยกัน ท่อชั้นในจะมีรัศมีของผิวนอกโตกว่ารัศมีผิวใน ของท่อชั้นนอกอยู่เท่ากับ 0.072 mm. เพื่อที่จะสามารถสวมเข้าด้วยกันได้ ท่อชั้นนอกจะต้องถูกทำให้ร้อนขึ้นก่อนเพื่อให้ขยายตัว พอที่จะสอด ท่อชั้นในเข้าไปได้ เมื่อเย็นลงท่อชั้นนอกก็จะหดตัว และบีบรัดท่อชั้นในไว้ ทำให้เกิดความดัน(P_c) ขึ้น ระหว่างผิวนอกของท่อชั้นใน และผิวในของท่อชิ้นนอก

ให้คำนวณหา: (i) ค่าของ ความดัน P_c ที่เกิดขึ้นระหว่างท่อทั้งสอง

(ii) ถ้ามีความดัน ขนาด 300 MPa มากระทำที่ผิวภายในของท่อประกอบนี้ ให้หาค่าความเค้น ตามแนวเส้นรอบวง , σ_θ และความเค้นตามแนวรัศมี , σ_r ที่ผิวด้านในของท่อชั้นใน และท่อชั้นนอก

กำหนดให้ : ค่า Modulus of elasticity , E ของเหล็กเท่ากับ 200 G Pa และ

Poisson ratio , ν = 0.29

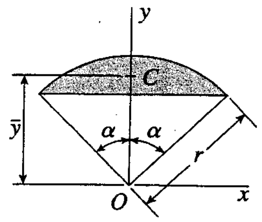
Q5. ที่จุดจุดหนึ่งบนเนื้อวัสดุ มีสภาวะของความเค้น ดังนี้ σ_{xx} = - 150 MPa , σ_{yy} = 0 , σ_{zz} = 80 MPa , σ_{xy} = - 40 MPa , σ_{yz} = 0 , และ σ_{zx} = 50 MPa

ให้คำนวณหา : (i) ความเค้นหลักทั้งสาม (principal stresses)

(ii) ความเค้นเฉือนสูงสุด (maximum shear stress)

(iii) octahedral shear stress

14



Circular segment (Origin of axes at center of circle)

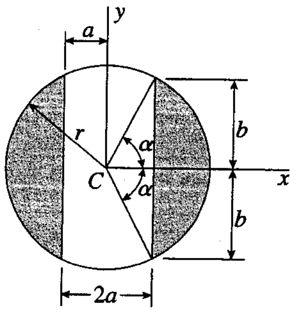
α = angle in radians $\quad (\alpha \leq \pi/2)$

$$A = r^2(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha) \qquad \bar{y} = \frac{2r}{3}\left(\frac{\sin^3\alpha}{\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}\right)$$

$$I_x = \frac{r^4}{4}(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha + 2\sin^3\alpha\cos\alpha) \qquad I_{xy} = 0$$

$$I_y = \frac{r^4}{12}(3\alpha - 3\sin\alpha\cos\alpha - 2\sin^3\alpha\cos\alpha)$$

15



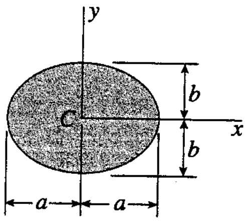
Circle with core removed (Origin of axes at center of circle)

α = angle in radians $\quad (\alpha \leq \pi/2)$

$$\alpha = \arccos\frac{a}{r} \qquad b = \sqrt{r^2 - a^2} \qquad A = 2r^2\left(\alpha - \frac{ab}{r^2}\right)$$

$$I_x = \frac{r^4}{6}\left(3\alpha - \frac{3ab}{r^2} - \frac{2ab^3}{r^4}\right) \qquad I_y = \frac{r^4}{2}\left(\alpha - \frac{ab}{r^2} + \frac{2ab^3}{r^4}\right) \qquad I_{xy} = 0$$

16



Ellipse (Origin of axes at centroid)

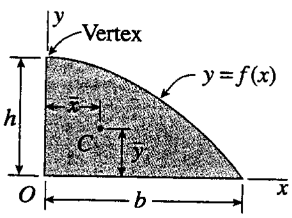
$$A = \pi ab \qquad I_x = \frac{\pi ab^3}{4} \qquad I_y = \frac{\pi ba^3}{4}$$

$$I_{xy} = 0 \qquad I_P = \frac{\pi ab}{4}(b^2 + a^2)$$

Circumference $\approx \pi[1.5(a + b) - \sqrt{ab}\,] \quad (a/3 \leq b \leq a)$

$\approx 4.17b^2/a + 4a \quad (0 \leq b \leq a/3)$

17



Parabolic semisegment (Origin of axes at corner)

$$y = f(x) = h\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)$$

$$A = \frac{2bh}{3} \qquad \bar{x} = \frac{3b}{8} \qquad \bar{y} = \frac{2h}{5}$$

$$I_x = \frac{16bh^3}{105} \qquad I_y = \frac{2hb^3}{15} \qquad I_{xy} = \frac{b^2h^2}{12}$$

- CONTINUOUS BEAMS.

three moment equation

$$\frac{M_A L_A}{I_A} + 2M_B\left(\frac{L_A}{I_A} + \frac{L_B}{I_B}\right) + \frac{M_C L_B}{I_B} = -\frac{6\bar{x}_A A_A}{I_A L_A} - \frac{6\bar{x}_B A_B}{I_B L_B}$$

- STRAIN ENERGY

$$U = \int \frac{M^2}{2EI}dx = \int \frac{EI}{2}\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)dx \qquad \delta = \frac{2U}{P} \qquad \theta = \frac{2U}{M_0}$$

CASTIGLIANO'S THEOREM $\Rightarrow$ $\delta_i = \frac{\partial U}{\partial P_i}$ MODIFIRED $\Rightarrow$ $\delta_i = \int\left(\frac{M}{EI}\right)\left(\frac{\partial M}{\partial P_i}\right)dx$

UNIT LOAD METHOD $\Rightarrow$ $\delta_i = \int \frac{M_L M_U}{EI}dx$

- THIN WALL

$$f = \tau t \qquad \tau = \frac{T}{2tA_m} \qquad U = \frac{T^2 L}{8GA_m^2}\int_0^{L_m}\frac{ds}{t} = \frac{T^2 L}{2GJ} \qquad J = \frac{4A_m^2}{\int_0^{L_m}\frac{ds}{t}} = \frac{4tA_m^2}{L_m} \qquad \phi = \frac{TL}{GJ}$$

- THICK WALL

$$\sigma_r = \frac{P_i b^2}{a^2-b^2}\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{P_o a^2}{a^2-b^2}\left(1-\frac{b^2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_\theta = \frac{P_i b^2}{a^2-b^2}\left(1+\frac{a^2}{r^2}\right) - \frac{P_o a^2}{a^2-b^2}\left(1+\frac{b^2}{r^2}\right) \qquad \sigma_z = \frac{P_i b^2 - P_o a^2}{a^2-b^2}$$

compound cylinder

$$P_c\left(\frac{c^2}{c^2-b^2} + \frac{a^2}{a^2-c^2}\right) = P_i\frac{a^2(c^2-b^2)}{c^2(a^2-b^2)} \qquad \tau_{max} = \frac{P_i a^2 c^2}{c^2(a^2-c^2)+a^2(c^2-b^2)}$$

$$\text{m̃} \quad c = \sqrt{ab} \Rightarrow P_c = \frac{P_i(a-b)}{2(a+b)} \qquad \tau_{max} = \frac{P_i a}{2(a-b)}$$

$$\Delta = |U_{co}| + |U_{ci}|$$

$$= \frac{P_i\sqrt{ab}}{E} = \frac{2c^3 P_c}{E}\,\frac{a^2-b^2}{(a^2-c^2)(c^2-b^2)}$$

$$U_{co} = \frac{c}{E}\left[\frac{P_c c^2}{a^2-c^2}\left(1+\frac{a^2}{c^2}\right) - \nu(-P_c)\right]$$

$$U_{ci} = \frac{c}{E}\left[-\frac{P_c c^2}{c^2-b^2}\left(1+\frac{b^2}{c^2}\right) - \nu(-P_c)\right]$$

$$T = \frac{\Delta}{c\alpha} = \frac{P_i}{\alpha E}$$

- STRESS

Principal stresses

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 - I_2\sigma - I_3 = 0 \Rightarrow$$

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$$

$$I_2 = \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} - \sigma_{xx}\sigma_{zz} - \sigma_{yy}\sigma_{zz}$$

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

Direction.

$$l(\sigma_{xx}-\sigma) + m\sigma_{xy} + n\sigma_{xz} = 0$$

$$l\sigma_{xy} + m(\sigma_{yy}-\sigma) + n\sigma_{yz} = 0$$

$$l\sigma_{xz} + m\sigma_{yz} + n(\sigma_{zz}-\sigma) = 0$$

Octahedral Stress

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3) = \frac{1}{3}I_1$$

$$9\tau_{oct}^2 = (\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_1-\sigma_3)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 = 2I_1^2 + 6I_2$$