มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษา 1 ปีการศึกษา 2552

วันที่ 1 สิงหาคม 2552 เวลา 09.00 – 12.00.

วิชา 220-593 Applied Engineering Mathematics ห้องสอบ R201

ชื่อ-สกุล..

รหัส...........................

คำชี้แจง

1.ข้อสอบทั้งหมดมี 5 ข้อ คะแนนรวม 105 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง

2.ข้อสอบมีทั้งหมด 3 แผ่น (รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ)

3.ให้ทำหมดทุกข้อลงในสมุดคำตอบ

4.อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด

5.ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

6. ***Open Books***

7. ***GOOD LUCK***

ตารางคะแนน

ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	15	
2	20	
3	15	
4	35	
5	20	
รวม	105	

Problem 1 (15 Points)

How many symmetric matrices **A** which can be constructed? If their eigenvectors and eigenvalues are respectively:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

and $\lambda_1 = 2$ while λ_2 and $\lambda_3 \in \{1,2,3,4\}$

Problem 2 (20 Points)

For the system of ordinary differential equations :

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{A}x$$

One may obtain the solution in the form of $x(t) = e^{\mathbf{A}t}x(0)$

Find $x(t)$ for t = 5, given $x(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$ by using the following Taylor's series:

$$e^{\mathbf{A}t} = \mathbf{I} + t\mathbf{A} + \frac{t^2\mathbf{A}^2}{2!} + \frac{t^3\mathbf{A}^3}{3!} + \ldots$$

Given the system matrix :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2.9839 & 0.0000 & 0.6083 & 0.3573 \\ 0.0000 & 1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.6083 & 0.0000 & 2.3852 & 0.3380 \\ 0.3573 & 0.0000 & 0.3380 & 3.6309 \end{bmatrix}$$

Eigenvalues of matrix **A** are given as :

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 4.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

Eigenvectors of matrix **A** are given as :

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0.4908 & -0.5070 & 0.7085 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \\ 0.3517 & 0.8593 & 0.3712 & 0.0000 \\ 0.7971 & -0.0670 & -0.6001 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

Problem 3 (15 Points)

For linear system of first order differential equation, it is possible to obtain the solutions using the discrete system:

$$x(r+1) = \mathbf{A} \cdot x(r)$$

Find $x(20)$, if matrix **A** is the same as in Problem 2 and $x(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathbf{T}}$.

Problem 4 (35 Points)

Find the solutions of the following linear differential equations:

a) $y' = xy^2 + \left(-8x^2 + \frac{1}{x}\right)y + 16x^3; y(2) = 6$

b) $x^2 y'' - 3xy' + 4y = 0$

c) $y'' - 3y' + 2y = e^x + 1$

d) $y'' - \left(\frac{4}{x}\right)y' + \left(\frac{4}{x^2}\right)y = x^2 + 1$

Problem 5 (20 Points)

Determine the Fourier series of the function

$$f(x) = 4\sin(3x)\cos(3x)\left[\cos^2(x) - \sin^2(x)\right] + 5$$