มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษา 1 **ปีการศึกษา 2552**

วันที่ 1/8/ 2552 **เวลา 9.00 — 12.00 น.**

วิชา *221-381: Computer Applications in Civil Engineering*

ห้องสอบ A400

ชื่อ-สกุล................................ รหัส............................

คำชี้แจง

1.ข้อสอบทั้งหมดมี 7 ข้อ คะแนนรวม 150 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง

2.ข้อสอบมีทั้งหมด 5 หน้า

3.ให้ทำหมดทุกข้อลงในสมุดคำตอบ

4.ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ **ทุจริตจะได้ E**

5.อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด

6.กระดาษทดที่แจกให้ไม่ต้องส่งคืน ถ้าไม่พอขอเพิ่มที่อาจารย์คุมสอบ

7.ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

8. อนุญาตให้นำ ***Dictionary*** เข้าห้องสอบได้

9. ***GOOD LUCK***

ตารางคะแนน

ข้อที่	**คะแนนเต็ม**	**ได้**
1	**20**	
2	**20**	
3	**20**	
4	**20**	
5	**20**	
6	**20**	
7	**30**	
รวม	**150**	

Asst. Prof. Dr. Suchart Limkatanyu

Problem 1 (20 Points)

Using the **False Position method** to determine the root of

$$f(x)=\frac{1.5x}{\left(1+x^2\right)^2}-0.65\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)+\frac{0.65x}{1+x^2}=0$$

Given that:

$$x_l=0 \text{ and } x_u=2$$

Carry out the calculation only for four iterative steps:

Note: you have to show all necessary steps.

Problem 2 (20 Points)

Use the Taylor's Series Expansion

$$f(x_{i+1})=f(x_i)+f'(x_i)h+\frac{f''(x_i)h^2}{2}+\ldots$$

$$h=x_{i+1}-x_i$$

to derive the so-called *Newton-Raphson 2^nd^* Method

$$x_{i+1}=x_i+\left[-\frac{f'(x_i)}{f(x_i)}+\frac{f''(x_i)}{2f'(x_i)}\right]^{-1}$$

Hint: you may start with the following relation

$$f(x_i)+f'(x_i)h+\frac{f''(x_i)h^2}{2}=0$$

and recall that the *Newton-Raphson 1st* Method is

$$x_{i+1}=x_i-\frac{f'(x_i)}{f(x_i)}$$

Problem 3 (20 Points)

Use the Secant Method to determine an approximate root of the following nonlinear equation

$$f(x)=\frac{1.5x}{\left(1+x^2\right)^2}-0.65\tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)+\frac{0.65x}{1+x^2}=0$$

Use 0.0 and 0.5 as the initial approximation.

Carry out the calculation only for four iterative steps:

Note: you have to show all necessary steps.

Problem 4 (20 Points)

Use the **Gauss Elimination with Partial Pivoting** technique to solve for the solution of the following linear system

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 &= 6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 15 \end{aligned}$$

Note: you have to show all necessary steps.

Problem 5 (20 Points)

Consider the following linear system

$$\begin{aligned} 3x_1 - 0.1x_2 - 0.2x_3 &= 7.85 \\ 0.1x_1 + 7x_2 - 0.3x_3 &= -19.3 \\ 0.3x_1 - 0.2x_2 + 10x_3 &= 71.4 \end{aligned}$$

(a) Are these equations linearly independent?.

(b) Compute the LU Matrices.

(c) Solve the system with forward and back substitutions.

Note: you have to show all necessary steps.

Problem 6 (20 Points)

Given that matrix **A** can be decomposed as:

$$\mathbf{A} = \mathbf{LU}$$

where

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 3 & \frac{7}{2} & \frac{13}{5} \end{bmatrix} \text{ and } \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determine $\mathbf{A}^{-1}$

Note: you have to show all necessary steps.

Problem 7 (30 Points)

1. ข้อใดเป็นประโยชน์ของระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

   ก) ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขให้คำตอบที่แม่นยำกว่าวิธีทั่วไป

   ข) ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าวิธีทั่วไป

   ค) วิธีการเชิงตัวเลขสามารถใช้ในการแก้ปัญหาที่ยากซึ่งบางครั้งไม่อาจแก้ด้วยวิธีทั่วไปได้

   ง) ถูกทุกข้อ

2. ข้อใดคืออนุกรมเทย์เลอร์ของฟังก์ชัน $\sin(x)$ รอบจุด $x=0$

   ก) $1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\cdots$

   ข) $x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\frac{x^7}{7!}+\cdots$

   ค) $1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\cdots$

   ง) $1-x+\frac{x^2}{2!}-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}-\cdots$

3. หากเราต้องการหารากของสมการ $x^2+2x+2=0$ ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่ได้เรียนในวิชานี้ เราจะได้ผลลัพธ์ในข้อใด

   ก) ได้รากของสมการคือ $x=-1+i$

   ข) ได้รากของสมการคือ $x=-1-i$

   ค) อาจได้รากตามข้อ (ก) หรือข้อ (ข) ก็ได้แล้วแต่การเลือกค่าเริ่มต้น

   ง) ไม่สามารถหารากของสมการได้

4. ข้อความใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

   ก) วิธีการวางตัวผิดที่ (False-position) ใช้จำนวนการทำซ้ำน้อยกว่าวิธีการแบ่งครึ่งช่วงเสมอ

   ข) วิธีการนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) ต้องสามารถหาอนุพันธ์ของฟังก์ชันได้จึงจะใช้ได้

   ค) วิธีการแบ่งครึ่งช่วง (Bisection) จะต้องกำหนดค่าเริ่มต้นสองค่าให้มีรากอยู่ระหว่างนั้น

   ง) วิธีการเซแคนต์ (Secant) ใช้ค่าเริ่มต้นในการทำซ้ำสองจุด

5. ในการหารากของฟังก์ชัน $f(x)=x^3+x-1=0$ หากกำหนดค่าเริ่มต้นสองค่าที่ $x=0$ และ $x=2$ ถ้าค่าที่ได้จากการทำซ้ำครั้งแรกคือ $x=0.2$ วิธีการที่ใช้คือวิธีใด

ก) วิธีการแบ่งครึ่งช่วง (Bisection)

ข) วิธีการวางตัวผิดที่ (False-position)

ค) วิธีการเซแคนท์ (Secant)

ง) ถูกทั้งข้อ (ข) และ (ค)

ข้อใดไม่ใช่ปัญหาที่อาจเกิดขึ้นจากระเบียบวิธีการกำจัดแบบเกาส์ (Gauss Elimination)

ก) การหารด้วยศูนย์

ข) การปัดเศษทศนิยม

ค) ระบบสมการมีจำนวนสมการมาก

ง) ระบบสมการมีภาวะไม่เหมาะสม (Ill-conditioned matrix)

สูตรที่ให้สำหรับการสอบกลางภาค

<u>วิธีแบ่งครึ่งช่วง (Bisection method)</u>

$$x_M = \frac{x_L + x_R}{2}$$

<u>วิธีการวางตัวผิดที่ (False-position method)</u>

$$x_1 = \frac{x_L f(x_R) - x_R f(x_L)}{f(x_R) - f(x_L)}$$

<u>วิธีของนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson method)</u>

$$\Delta x_{k+1} = -\frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$x_{k+1} = x_k + \Delta x_{k+1}$$

<u>วิธีเซแคนต์ (Secant method)</u>

$$\Delta x = -\frac{f(x_1)(x_0 - x_1)}{f(x_0) - f(x_1)}$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x$$