มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 1 | ปีการศึกษา : 2552
วันที่ : 28 กันยายน 2552 | เวลา : 9:00 – 12:00
วิชา : 241-306 Signal and Systems | ห้อง : R300

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือ ปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต และพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

คำสั่ง

1. ข้อสอบมี 3 ตอน
   ตอนที่ 1 มี 3 ข้อ 11 คะแนน
   ตอนที่ 2 มี 3 ข้อ 14 คะแนน
   ตอนที่ 3 มี 3 ข้อ 15 คะแนน
   รวมทั้งหมด 22 หน้า (ไม่รวมปก) ให้นักศึกษาทำข้อสอบทุกตอน และทุกข้อ
2. ห้ามนำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ
3. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ
4. แสดงวิธีทำและเขียนคำตอบให้ชัดเจน ถ้าอ่านไม่ออกถือว่าตอบผิด ไม่แสดงวิธีทำถือว่าตอบผิด
5. ข้อสอบแต่ละข้อคะแนนไม่เท่ากัน

รหัสนักศึกษา : ____________ ชื่อ :__________________________ตอน : ____

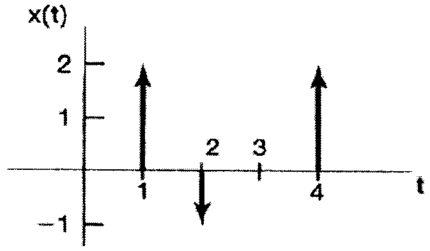
คำถาม	1	2	3	4	5	6	รวม
ตอนที่ 1							
ตอนที่ 2							
ตอนที่ 3							

Student ID : ______________ Name : ____ Section : _____

ตอนที่ 1 (11 คะแนน, 11 เปอร์เซ็นต์)

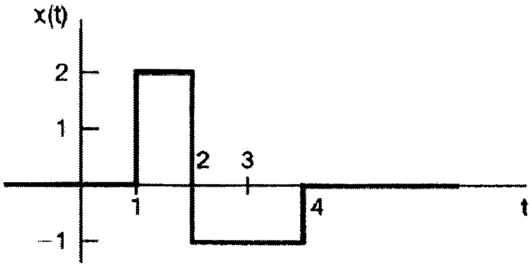
1. จงหา Fourier transform ของสัญญาณต่อไปนี้ (4 คะแนน)

   1.1)



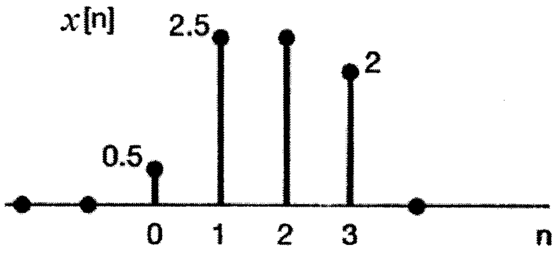
ตอบ ____

1.2)



ตอบ

1.3)



ตอบ

Student ID : Name : Section :

1.4) $x[n] = u[n-2] - u[n-6]$

ตอบ

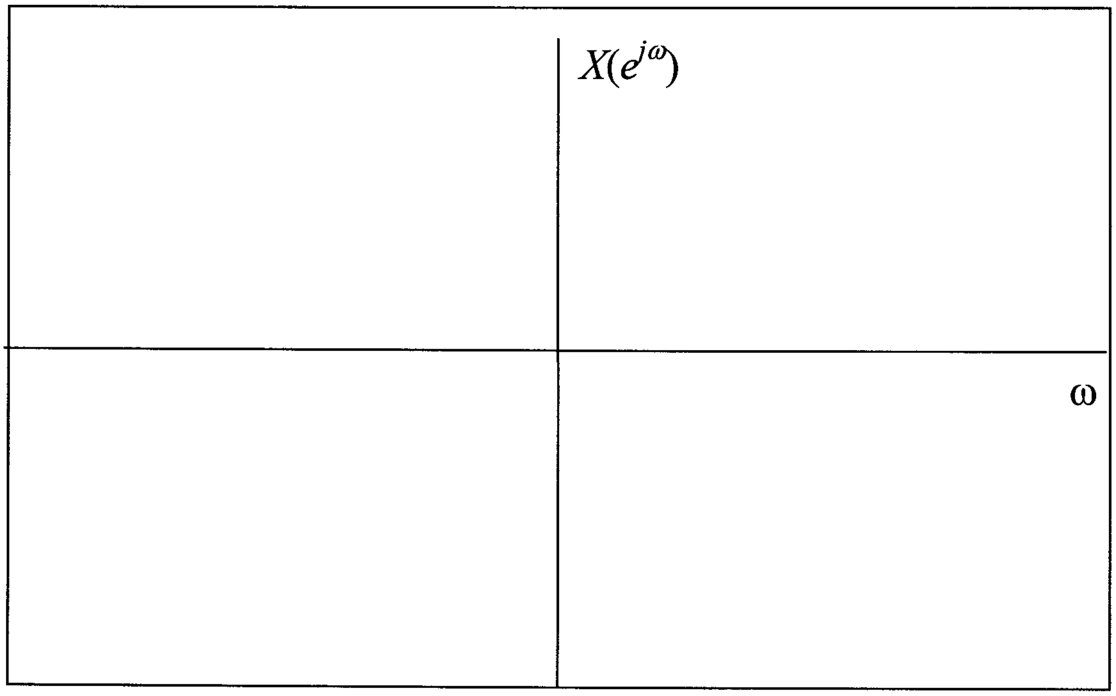
Student ID : ____________ Name : ______________________________ Section : _____

2. กำหนดให้

$$x[n] = 2j\sin(\tfrac{2\pi n}{5} + \tfrac{\pi}{4}) + 2\cos(\tfrac{2\pi n}{5} + \tfrac{\pi}{3})$$

จงคำนวณหา Fourier transform ของสัญญาณ $x[n]$ พร้อมทั้งวาดรูปแสดง $X(e^{j\omega})$ ลงในช่องสี่เหลี่ยมที่กำหนดให้ **(4 คะแนน)**

ตอบ



3. กำหนดให้

$$X(j\omega)=2[\delta(\omega-1)-\delta(\omega+1)]+3[\delta(\omega-2\pi)+\delta(\omega+2\pi)]$$

จงหา Inverse Fourier Transform ของสัญญาณ $X(j\omega)$ (3 คะแนน)

ตอบ

ตอนที่ 2 (14 คะแนน, 14 เปอร์เซ็นต์)

คำสั่ง – สำหรับทุกคำถามในตอนที่ 2 ให้หาคำตอบ โดยใช้ *Property* ที่กำหนดมาให้ในภาคผนวก เท่านั้น หากใช้วิธีอื่น จะถือเป็นคำตอบที่ผิด ถึงแม้คำตอบจะถูกต้อง

1. กำหนด $X(j\omega) \xleftrightarrow{FT} x(t)$

$$x_1(t) = 1 \qquad ,0 < t < 2$$
$$x_2(t) = t - 1 \qquad ,0 < t < 2$$

1.1) จงหา Fourier transform ของสัญญาณ $x_1(t)$ (1 คะแนน)

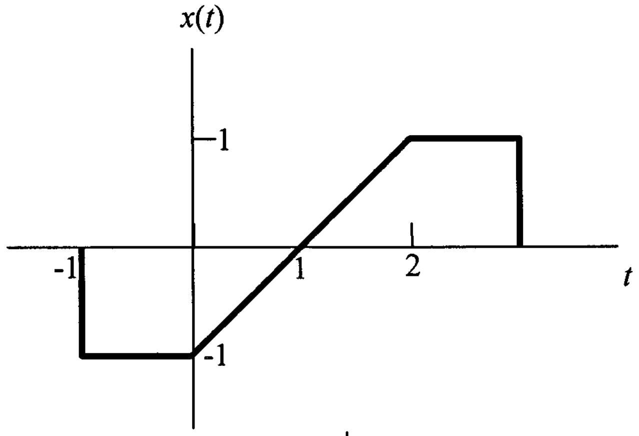
ตอบ ____

1.2) จงหา Fourier transform ของสัญญาณ $x_2(t)$ เมื่อกำหนดค่าเริ่มต้นของสัญญาณเป็นศูนย์ (3 คะแนน)

ตอบ

1.3) จงหา Fourier transform ของสัญญาณ $x(t)$ เมื่อกำหนดสัญญาณ $x(t)$ ดังรูปที่ 1

(3 คะแนน)



รูปที่ 1

ตอบ ______________________________

Student ID : ____________ Name : ____ Section :_____

2. จงหาค่า ω_c เมื่อกำหนดสัญญาณ (3 คะแนน)

$$\left(\frac{\sin\frac{\pi}{4}n}{\pi n}\right) * \left(\frac{\sin\omega_c n}{\pi n}\right) * \left(\frac{\sin\frac{\pi}{2}n}{\pi n}\right) = \left(\frac{\sin\frac{\pi}{8}n}{\pi n}\right)$$

ตอบ ____

____

____

____

____

____

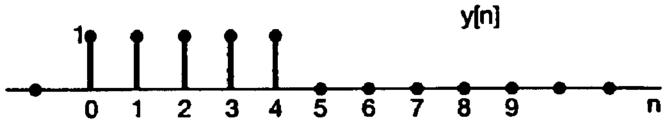
____

____

____

____

3. กำหนดสัญญาณ $y[n]$ ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2

3.1) จงหา $Y(e^{j\omega})$ (1 คะแนน)

ตอบ

3.2) จงสเก็ตภาพ $x[n] = 2y[n/3 - 2]$ และหา $X(e^{j\omega})$ (1 คะแนน)

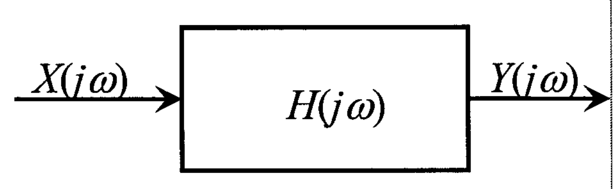
ตอบ

3.3) กำหนดให้ $z[n] = 2y[n/3\text{-}2] + y[n/3\text{-}1]$ จงหา $Z(e^{j\omega})$ (2 คะแนน)

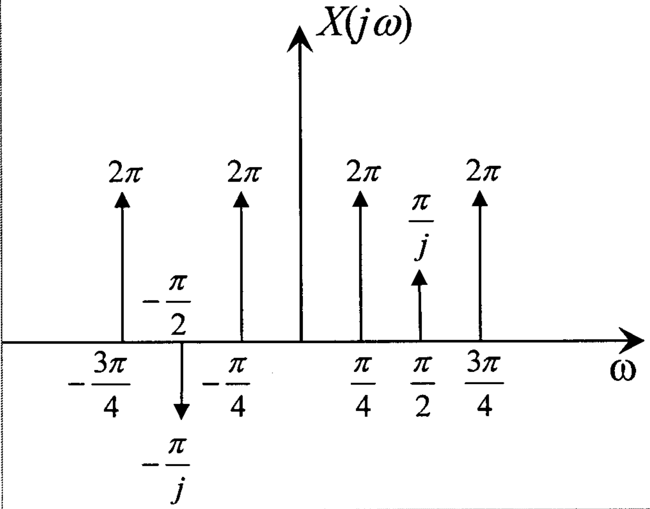
ตอบ

ตอนที่ 3 (15 คะแนน, 15 เปอร์เซ็นต์)

1. กำหนดระบบในรูปที่ 3 และสัญญาณอินพุทในรูป 4 (5 คะแนน)



รูปที่ 3



รูปที่ 4

และกำหนดให้

$$H(j\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|\le \dfrac{\pi}{2}\\ 0, & |\omega|> \dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

1.1) จงอธิบายวิธีการหา $Y(j\omega)$ และวาดรูป $Y(j\omega)$ (2 คะแนน)

ตอบ ____

____

____

____

____

____

____

____

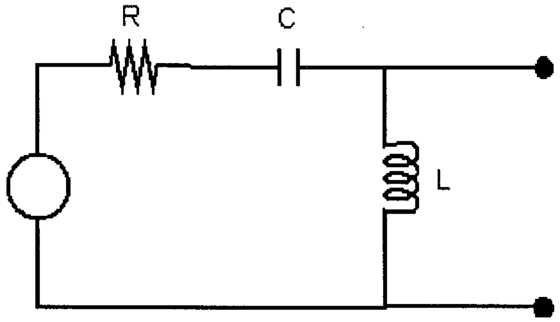
____

____

1.2) จงเขียนสมการ $Y(j\omega)$ และ $y(t)$ (3 คะแนน)

ตอบ

2. กำหนดวงจรไฟฟ้าในรูปที่ 5(a) เมื่อ $v_i(t)$ เป็นแรงดันอินพุท (input) และแรงดันคร่อมความต้านทานเป็นเอาท์พุต $v_0(t)$ (4 คะแนน)



รูปที่ 5 (a)

Note

$$i_c(t) = C\frac{dv_c(t)}{dt}$$

$$v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt}$$

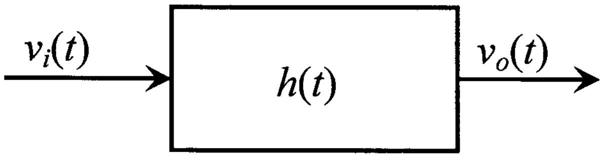
เมื่อ

$i_c(t)$ – กระแสที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ

$i_L(t)$ – กระแสที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ

$v_c(t)$ – แรงดันที่ไหลผ่านตัวเก็บประจุ

$v_L(t)$ – แรงดันที่ไหลผ่านตัวเหนี่ยวนำ



รูปที่ 5 (b)

จงหา Frequency response $H(j\omega)$ ของ $h(t)$

ตอบ ____

3. กำหนดให้ LTI system ซึ่งอธิบายโดย difference equation (6 คะแนน)

$$y[n] + \tfrac{1}{2}y[n-1] = x[n]$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1) จงหา frequency response ของระบบ $H(e^{j\omega})$ (2 คะแนน)

ตอบ ______________________________

3.2) จงหาผลการตอบสนองของระบบ $y[n]$ เมื่ออินพุทคือ (2 คะแนน)

$$x[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

ตอบ ______________________________

3.3) จงหาผลการตอบสนองของระบบ $y[n]$ เมื่ออินพุทคือ (2 คะแนน)

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1+\frac{1}{2}e^{-j\omega}}{1-\frac{1}{4}e^{-j\omega}}$$

ตอบ

สูตรที่จำเป็น

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k] \qquad y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t} \qquad a_k=\frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt$$

$$x[n]=\sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{jk\omega_0 n} \qquad a_k=\frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle} x[n]e^{-jk\omega_0 n}$$

$$H(s)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-s\tau}d\tau \qquad H(z)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z^{-k}$$

$$H(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t}dt \qquad H(e^{j\omega})=\sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n}$$

TABLE 3.1 PROPERTIES OF CONTINUOUS-TIME FOURIER SERIES

Property	Section	Periodic Signal	Fourier Series Coefficients
		$\left.\begin{matrix}x(t)\\y(t)\end{matrix}\right\}$ Periodic with period T and fundamental frequency $\omega_0=2\pi/T$	a_k b_k
Linearity	3.5.1	$Ax(t)+By(t)$	Aa_k+Bb_k
Time Shifting	3.5.2	$x(t-t_0)$	$a_k e^{-jk\omega_0 t_0}=a_k e^{-jk(2\pi/T)t_0}$
Frequency Shifting		$e^{jM\omega_0 t}x(t)=e^{jM(2\pi/T)t}x(t)$	a_{k-M}
Conjugation	3.5.6	$x^*(t)$	a^*_{-k}
Time Reversal	3.5.3	$x(-t)$	a_{-k}
Time Scaling	3.5.4	$x(\alpha t)$, $\alpha>0$ (periodic with period T/α)	a_k
Periodic Convolution		$\int_T x(\tau)y(t-\tau)d\tau$	Ta_kb_k
Multiplication	3.5.5	$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} a_l b_{k-l}$
Differentiation		$\frac{dx(t)}{dt}$	$jk\omega_0 a_k=jk\frac{2\pi}{T}a_k$
Integration		$\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$ (finite valued and periodic only if $a_0=0$)	$\left(\frac{1}{jk\omega_0}\right)a_k=\left(\frac{1}{jk(2\pi/T)}\right)a_k$
Conjugate Symmetry for Real Signals	3.5.6	$x(t)$ real	$\begin{cases}a_k=a^*_{-k}\\ \mathcal{R}e\{a_k\}=\mathcal{R}e\{a_{-k}\}\\ \mathcal{I}m\{a_k\}=-\mathcal{I}m\{a_{-k}\}\\ \lvert a_k\rvert=\lvert a_{-k}\rvert\\ \sphericalangle a_k=-\sphericalangle a_{-k}\end{cases}$
Real and Even Signals	3.5.6	$x(t)$ real and even	a_k real and even
Real and Odd Signals	3.5.6	$x(t)$ real and odd	a_k purely imaginary and odd
Even-Odd Decomposition of Real Signals		$\begin{cases}x_e(t)=\mathcal{E}v\{x(t)\} & [x(t)\text{ real}]\\ x_o(t)=\mathcal{O}d\{x(t)\} & [x(t)\text{ real}]\end{cases}$	$\mathcal{R}e\{a_k\}$ $j\mathcal{I}m\{a_k\}$

Parseval's Relation for Periodic Signals

$$\frac{1}{T}\int_T \lvert x(t)\rvert^2 dt=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\lvert a_k\rvert^2$$

Student ID : ____________ Name : ______________________________ Section :_____

TABLE 3.2 PROPERTIES OF DISCRETE-TIME FOURIER SERIES

Property	Periodic Signal	Fourier Series Coefficients
	$\left.\begin{array}{l} x[n] \\ y[n] \end{array}\right\}$ Periodic with period N and fundamental frequency $\omega_0 = 2\pi/N$	$\left.\begin{array}{l} a_k \\ b_k \end{array}\right\}$ Periodic with period N
Linearity	$Ax[n] + By[n]$	$Aa_k + Bb_k$
Time Shifting	$x[n - n_0]$	$a_k e^{-jk(2\pi/N)n_0}$
Frequency Shifting	$e^{jM(2\pi/N)n} x[n]$	a_{k-M}
Conjugation	$x^*[n]$	a^*_{-k}
Time Reversal	$x[-n]$	a_{-k}
Time Scaling	$x_{(m)}[n] = \begin{cases} x[n/m], & \text{if } n \text{ is a multiple of } m \\ 0, & \text{if } n \text{ is not a multiple of } m \end{cases}$ (periodic with period mN)	$\frac{1}{m} a_k \begin{pmatrix} \text{viewed as periodic} \\ \text{with period } mN \end{pmatrix}$
Periodic Convolution	$\sum_{r=\langle N \rangle} x[r]y[n-r]$	$Na_k b_k$
Multiplication	$x[n]y[n]$	$\sum_{l=\langle N \rangle} a_l b_{k-l}$
First Difference	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{-jk(2\pi/N)})a_k$
Running Sum	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k] \begin{pmatrix} \text{finite valued and periodic only} \\ \text{if } a_0 = 0 \end{pmatrix}$	$\left(\frac{1}{(1 - e^{-jk(2\pi/N)})}\right) a_k$
Conjugate Symmetry for Real Signals	$x[n]$ real	$\begin{cases} a_k = a^*_{-k} \\ \Re e\{a_k\} = \Re e\{a_{-k}\} \\ \Im m\{a_k\} = -\Im m\{a_{-k}\} \\ \lvert a_k \rvert = \lvert a_{-k} \rvert \\ \sphericalangle a_k = -\sphericalangle a_{-k} \end{cases}$
Real and Even Signals	$x[n]$ real and even	a_k real and even
Real and Odd Signals	$x[n]$ real and odd	a_k purely imaginary and odd
Even-Odd Decomposition of Real Signals	$\begin{cases} x_e[n] = \mathcal{E}v\{x[n]\} & [x[n] \text{ real}] \\ x_o[n] = \mathcal{O}d\{x[n]\} & [x[n] \text{ real}] \end{cases}$	$\Re e\{a_k\}$ $j\Im m\{a_k\}$

Parseval's Relation for Periodic Signals

$$\frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} \lvert x[n] \rvert^2 = \sum_{k=\langle N \rangle} \lvert a_k \rvert^2$$

Student ID : ____________ Name : ______________________________ Section : ______

TABLE 5.1 PROPERTIES OF THE DISCRETE-TIME FOURIER TRANSFORM

Section	Property	Aperiodic Signal	Fourier Transform
		$x[n]$	$X(e^{j\omega})$ periodic with
		$y[n]$	$Y(e^{j\omega})$ period 2π
5.3.2	Linearity	$ax[n]+by[n]$	$aX(e^{j\omega})+bY(e^{j\omega})$
5.3.3	Time Shifting	$x[n-n_0]$	$e^{-j\omega n_0}X(e^{j\omega})$
5.3.3	Frequency Shifting	$e^{j\omega_0 n}x[n]$	$X(e^{j(\omega-\omega_0)})$
5.3.4	Conjugation	$x^*[n]$	$X^*(e^{-j\omega})$
5.3.6	Time Reversal	$x[-n]$	$X(e^{-j\omega})$
5.3.7	Time Expansion	$x_{(k)}[n]=\begin{cases} x[n/k], & \text{if } n = \text{multiple of } k \\ 0, & \text{if } n \neq \text{multiple of } k \end{cases}$	$X(e^{jk\omega})$
5.4	Convolution	$x[n]*y[n]$	$X(e^{j\omega})Y(e^{j\omega})$
5.5	Multiplication	$x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\theta})Y(e^{j(\omega-\theta)})d\theta$
5.3.5	Differencing in Time	$x[n]-x[n-1]$	$(1-e^{-j\omega})X(e^{j\omega})$
5.3.5	Accumulation	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\frac{1}{1-e^{-j\omega}}X(e^{j\omega})$ $+\pi X(e^{j0})\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-2\pi k)$
5.3.8	Differentiation in Frequency	$nx[n]$	$j\frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$
5.3.4	Conjugate Symmetry for Real Signals	$x[n]$ real	$\begin{cases} X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega}) \\ \mathcal{R}e\{X(e^{j\omega})\} = \mathcal{R}e\{X(e^{-j\omega})\} \\ \mathcal{I}m\{X(e^{j\omega})\} = -\mathcal{I}m\{X(e^{-j\omega})\} \\ \lvert X(e^{j\omega})\rvert = \lvert X(e^{-j\omega})\rvert \\ \sphericalangle X(e^{j\omega}) = -\sphericalangle X(e^{-j\omega}) \end{cases}$
5.3.4	Symmetry for Real, Even Signals	$x[n]$ real an even	$X(e^{j\omega})$ real and even
5.3.4	Symmetry for Real, Odd Signals	$x[n]$ real and odd	$X(e^{j\omega})$ purely imaginary and odd
5.3.4	Even-odd Decomposition of Real Signals	$x_e[n] = \mathcal{E}v\{x[n]\}$ $[x[n]$ real$]$ $x_o[n] = \mathcal{O}d\{x[n]\}$ $[x[n]$ real$]$	$\mathcal{R}e\{X(e^{j\omega})\}$ $j\mathcal{I}m\{X(e^{j\omega})\}$
5.3.9	Parseval's Relation for Aperiodic Signals		

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}|x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}|X(e^{j\omega})|^2 d\omega$$

Student ID : Name : Section :

TABLE 5.2 BASIC DISCRETE-TIME FOURIER TRANSFORM PAIRS

Signal	Fourier Transform	Fourier Series Coefficients (if periodic)
$\sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{jk(2\pi/N)n}$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	a_k
$e^{j\omega_0 n}$	$2\pi \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - \omega_0 - 2\pi l)$	(a) $\omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $a_k = \begin{cases} 1, & k = m, m \pm N, m \pm 2N, \ldots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ (b) $\frac{\omega_0}{2\pi}$ irrational $\Rightarrow$ The signal is aperiodic
$\cos \omega_0 n$	$\pi \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \{\delta(\omega - \omega_0 - 2\pi l) + \delta(\omega + \omega_0 - 2\pi l)\}$	(a) $\omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $a_k = \begin{cases} \frac{1}{2}, & k = \pm m, \pm m \pm N, \pm m \pm 2N, \ldots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ (b) $\frac{\omega_0}{2\pi}$ irrational $\Rightarrow$ The signal is aperiodic
$\sin \omega_0 n$	$\frac{\pi}{j} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \{\delta(\omega - \omega_0 - 2\pi l) - \delta(\omega + \omega_0 - 2\pi l)\}$	(a) $\omega_0 = \frac{2\pi r}{N}$ $a_k = \begin{cases} \frac{1}{2j}, & k = r, r \pm N, r \pm 2N, \ldots \\ -\frac{1}{2j}, & k = -r, -r \pm N, -r \pm 2N, \ldots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ (b) $\frac{\omega_0}{2\pi}$ irrational $\Rightarrow$ The signal is aperiodic
$x[n] = 1$	$2\pi \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - 2\pi l)$	$a_k = \begin{cases} 1, & k = 0, \pm N, \pm 2N, \ldots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$
Periodic square wave $x[n] = \begin{cases} 1, & \lvert n\rvert \le N_1 \\ 0, & N_1 < \lvert n\rvert \le N/2 \end{cases}$ and $x[n + N] = x[n]$	$2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	$a_k = \frac{\sin[(2\pi k/N)(N_1 + \frac{1}{2})]}{N \sin[2\pi k/2N]}, \; k \neq 0, \pm N, \pm 2N, \ldots$ $a_k = \frac{2N_1 + 1}{N}, \; k = 0, \pm N, \pm 2N, \ldots$
$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - kN]$	$\frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	$a_k = \frac{1}{N}$ for all k
$a^n u[n], \; \lvert a\rvert < 1$	$\frac{1}{1 - ae^{-j\omega}}$	—
$x[n] = \begin{cases} 1, & \lvert n\rvert \le N_1 \\ 0, & \lvert n\rvert > N_1 \end{cases}$	$\frac{\sin[\omega(N_1 + \frac{1}{2})]}{\sin(\omega/2)}$	—
$\frac{\sin Wn}{\pi n} = \frac{W}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{Wn}{\pi}\right)$ $0 < W < \pi$	$X(\omega) = \begin{cases} 1, & 0 \le \lvert\omega\rvert \le W \\ 0, & W < \lvert\omega\rvert \le \pi \end{cases}$ $X(\omega)$ periodic with period 2π	—
$\delta[n]$	1	—
$u[n]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\omega}} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \pi \delta(\omega - 2\pi k)$	—
$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\omega n_0}$	—
$(n + 1)a^n u[n], \; \lvert a\rvert < 1$	$\frac{1}{(1 - ae^{-j\omega})^2}$	—
$\frac{(n + r - 1)!}{n!(r - 1)!} a^n u[n], \; \lvert a\rvert < 1$	$\frac{1}{(1 - ae^{-j\omega})^r}$	—