

**มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์**  
**คณะวิศวกรรมศาสตร์**

การสอบกลางภาค ประจำปีภาคการศึกษาที่ 2

ประจำปีการศึกษา 2552

วันที่ 24 ธันวาคม 2552

เวลา 09.00 - 12.00 น.

วิชา 215-352 / 216-352 Automatic Control Systems

ห้อง S201, R200

**คำสั่ง :**

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อ ให้ทำทุกข้อ
2. อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลขทุกชนิดเข้าห้องสอบได้
3. อนุญาตให้ทำข้อสอบด้วยดินสอได้
4. ไม่อนุญาตให้นำตำราทุกชนิดเข้าห้องสอบ

รศ. ปัญญรักษ์ งามศรีตระกูล  
ผู้ออกข้อสอบ

ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้
1	10	
2	10	
3	10	
4	20	
5	20	
6	20	
<b>รวม</b>	<b>90</b>	

1.

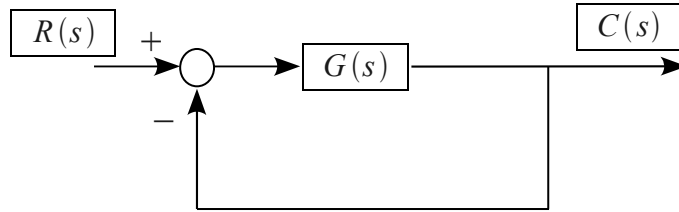
1.1 อธิบายความหมายของศูนย์(zeros) และขั้ว(poles)ของฟังก์ชันที่ประกอบด้วยตัวแปรเชิงซ้อน  $s$  (Laplace operator)

1.2 อธิบายความหมายของทฤษฎีค่าสุดท้าย(final value theorem)ของ Laplace transform

2. จงหาความผิดพลาดคงตัวต่ออินพุทแบบ (a) unit step และ (b) unit ramp ของระบบควบคุมในรูปที่ 2 เมื่อ

2.1  $G(s) = \frac{10}{(s+1)(s+3)}$

2.2  $G(s) = \frac{10s}{s(s+1)(s+6)}$



รูปที่ 2

3. ใช้หลักการของฟังก์ชันพหุนาม(ไม่ต้องใช้วิธีของ Routh-Hurwitz) วิเคราะห์เสถียรภาพของ ระบบที่มีฟังก์ชันถ่ายโอนวงปิด(closed-loop transfer function) ดังต่อไปนี้

$$(ก) \quad T(s) = \frac{10(s+2)}{s^3 + 3s^2 + 5s}$$

$$(ข) \quad T(s) = \frac{K}{s^3 + 2s^2 + 5s + 5}$$

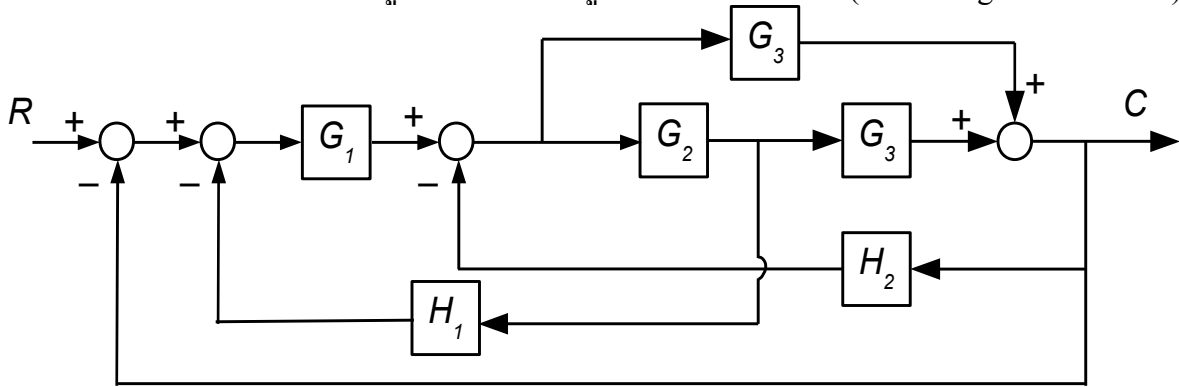
$$(ค) \quad T(s) = \frac{100}{(s+5)(s^2 + 2s + 2)}$$

$$(ง) \quad T(s) = \frac{10(s+2.5)}{s^4 + 3s^3 + 50s^2 + s + 10^6}$$

$$(จ) \quad T(s) = \frac{10(s+2)}{s^3 - 3s^2 + 5s + 10}$$

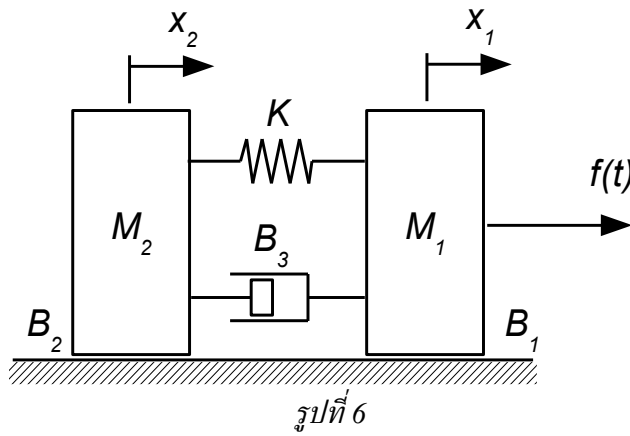
4. ใช้วิธีของ Routh-Hurwitz วิเคราะห์เสถียรภาพของระบบควบคุมที่มีสมการคุณลักษณะเป็น  $s^8 + 2s^7 + 8s^6 + 12s^5 + 20s^4 + 16s^3 + 16s^2 = 0$  และระบุจำนวนรากที่อยู่ครึ่งซีกขวามือ และบนแกนจินตภาพของระนาบ  $s$

5. จงหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบในรูปที่ 5 โดยวิธีลดรูปของแผนภาพกล่อง(block diagram reduction)



รูปที่ 5

6. จงหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบในรูปที่ 6



$M_1, M_2$  : มวล

$x_1, x_2$  : ปริมาณการเคลื่อนที่ของมวล

$M_1, M_2$  ตามลำดับ

$B_1, B_2, B_3$  : ส.ป.ส. ของความหน่วง

$K$  : ค่าคงที่ของสปริง

$f(t)$  : แรงที่กระทำต่อมวล  $M_1$

## สมการที่เป็นประโยชน์

Laplace transform :  $F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$

Laplace transform table and Laplace transform theorem

Item no.	f(t)	F(s)	Item no.	Theorem	Name
1.	$\delta(t)$	1	1.	$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_{0-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$	Definition
2.	$u(t)$	$\frac{1}{s}$	2.	$\mathcal{L}[kf(t)] = kF(s)$	Linearity theorem
3.	$tu(t)$	$\frac{1}{s^2}$	3.	$\mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = F_1(s) + F_2(s)$	Linearity theorem
4.	$t^n u(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	4.	$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s+a)$	Frequency shift theorem
5.	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$	5.	$\mathcal{L}[f(t-T)] = e^{-sT}F(s)$	Time shift theorem
6.	$\sin \omega t u(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	6.	$\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$	Scaling theorem
7.	$\cos \omega t u(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	7.	$\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s) - f(0-)$	Differentiation theorem
			8.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^2f}{dt^2}\right] = s^2F(s) - sf(0-) - \dot{f}(0-)$	Differentiation theorem
			9.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^nf}{dt^n}\right] = s^n F(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k} f^{(k-1)}(0-)$	Differentiation theorem
			10.	$\mathcal{L}\left[\int_{0-}^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$	Integration theorem
			11.	$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$	Final value theorem <sup>1</sup>
			12.	$f(0+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$	Initial value theorem <sup>2</sup>

<sup>1</sup> For this theorem to yield correct finite results, all roots of the denominator of F(s) must have negative real parts and no more than one can be at the origin.  
<sup>2</sup> For this theorem to be valid, f(t) must be continuous or have a step discontinuity at t = 0 (i.e., no impulses or their derivatives at t = 0).

Transfer functions (ฟังก์ชันถ่ายโอน)

First order system :  $G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{a_1 s + a_0} = \frac{K}{Ts + 1}$

Second order system :  $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

Time Constant :  $T = \frac{1}{\zeta\omega_n}$  , Peak Time:  $T_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}}$  , Settling Time:  $T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 4T$

Percent overshoot:  $\%OS = PO = 100 e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$

Routh-Hurwitz Criterion  $Q_n(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0, a_0 \neq 0$

$s^n$	$a_n$	$a_{n-2}$	$a_{n-4}$	$a_{n-6}$	$\dots$	$b_1 = -\frac{1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}$
$s^{n-1}$	$a_{n-1}$	$a_{n-3}$	$a_{n-5}$	$a_{n-7}$	$\dots$	
$s^{n-2}$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$\dots$	$b_2 = -\frac{1}{a_{n-1}} \begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix}$
$s^{n-3}$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$	$\dots$	
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$c_1 = -\frac{1}{b_1} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$
$s^2$	$k_1$	$k_2$				
$s^1$	$l_1$					$c_2 = -\frac{1}{b_1} \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-5} \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}$
$s^0$	$m_1$					