

ตอนที่ 1 : มีข้อสอบ 6 ข้อ (ข้อ 1 – ข้อ 6) ทั้งหมด 25 คะแนน

1. กำหนดเมตริกซ์

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

1.1) จงหา Eigenvalues

(1 คะแนน)

ตอบ _____

1.2) จงหา Eigenvector ของเมตริกซ์ A (ให้ตอบค่า Eigen vector ที่มีค่าแต่ละ element เป็นจำนวนเต็มเท่านั้น)

(3 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

- 1.4) อยากทราบว่าเมตริกซ์ P ในข้อ 1.3) เป็น orthogonal matrix หรือไม่ เพราะเหตุใด ถ้าไม่เป็น
จงทำให้เมตริกซ์ P เป็น orthogonal matrix (2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

2. จงหาเมตริกซ์ A ที่มี eigenvalues เป็น 1, 2 และ 3 ที่สัมพันธ์กับ eigenvectors $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ และ

$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ตามลำดับ

(3 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

4. จงหาสมการในรูป standard form พร้อมทั้งวาดกราฟ โดยใช้หลักการของ Principal axis เมื่อ
กำหนดสมการในรูป Quadratic form ดังนี้ (2 คะแนน)

$$3x_1^2 + 5x_1x_2 - 3x_2^2 = 5$$

ตอบ _____

6. เมตริกซ์ต่อไปนี้นี้เป็นเมตริกซ์ชนิดใด (Unitary Matrix, Hermitian Matrix, Skew-Hermitian Matrix, Symmetry Matrix, Orthogonal Matrix หรือไม่เป็นชนิดใดๆ (ตอบได้มากกว่าหนึ่ง) (3 คะแนน)

6.1) $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -2 \\ 5 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ เมตริกซ์ชนิด _____

6.2) $\begin{pmatrix} 0 & 1+i & 0 \\ 1-i & 0 & 1+i \\ 0 & 1-i & 0 \end{pmatrix}$ เมตริกซ์ชนิด _____

6.3) $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ เมตริกซ์ชนิด _____

6.4) $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ เมตริกซ์ชนิด _____

6.5) $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ เมตริกซ์ชนิด _____

6.6) $\begin{pmatrix} i & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2i \\ 1 & 2i & 0 \end{pmatrix}$ เมตริกซ์ชนิด _____

ตอนที่ 2 : มีข้อสอบ 5 ข้อ (ข้อ 6 - ข้อ 10) ทั้งหมด 20 คะแนน

7. จงคำนวณหาค่าต่อไปนี้ พร้อมทั้งหาขนาด และ argument (5 คะแนน)

7.1) $\frac{(-4 + i3)e^{j\frac{\pi}{4}}}{2 + i}$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

7.2) $\left| \sum_{n=0}^4 ne^{j\frac{\pi}{2}} \right|$ (2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

7.3) $\frac{(1+i2)+(3-i6)}{(3+i5)(1+i2)}$ (2 คะแนน)

ตอบ _____

8. กำหนดให้ $z = \sigma + i\omega$ จงหาค่า

8.1) $\operatorname{Re}\left[\frac{1}{z^2 + 2z + 1}\right]$ และ $\operatorname{Im}\left[\frac{1}{z^2 + 2z + 1}\right]$ (2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

8.2) ขนาดของ $\frac{1}{z^2 + 2z + 1}$ (2 คะแนน)

ตอบ _____

9. จงแสดงให้เห็นว่า $[(\cos \theta) + i \sin(\theta)]^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$ (2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

10. จงวาดรูปของเซตของข้อมูลต่อไปนี้ และบอกได้ว่าเป็น open set, closed set, open and closed set, or neither open or closed set and all boundary points

10.1) $|z+1-2i| < 3$ (3 คะแนน)

ตอบ _____

10.2) $|z+2-2i| < |z-3-4i|$ และ $|z| > 0$ (3 คะแนน)

ตอบ _____

