มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษา : 2553

วันที่ : 8 สิงหาคม 2553 เวลา : 9:00 – 12:00

วิชา : 241-460 Introduction to Queueing Theory ห้อง : หัวหุ่น

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือ ปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต และพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

คำสั่ง

1. ข้อสอบมี 2 ตอน 12 ข้อ 10 หน้า (ไม่รวมปก ไม่รวมกระดาษทด)
2. ห้ามนำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ
3. ไม่อนุญาตให้นำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ
4. แสดงวิธีทำและเขียนคำตอบให้ชัดเจน ถ้าอ่านไม่ออกถือว่าตอบผิด

รหัสนักศึกษา : _____ ชื่อ :_____ตอน : ____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

ตอนที่ 1	25 คะแนน (15%)							รวม
คำถาม	1(4)	2(2)	3(2)	4(2)	5(2)	6(8)	7(5)	25

ตอนที่ 1 คำสั่ง ข้อ 1 - 5

- ให้วงกลมคำตอบที่ถูก
- คำตอบถูกอาจมีหลายคำตอบในหนึ่งข้อ ให้ตอบทุกข้อที่ถูก
- ถ้าไม่มีคำตอบใดถูกให้เติมคำตอบที่ถูกต้องในข้อ h) _____
- แต่ละข้อคะแนนไม่เท่ากัน บางข้อมีคะแนนติดลบเมื่อตอบคำตอบผิด

1. กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่ม ซึ่งมี CDF

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ,x < 0 \\ x^3 & ,0 \le x < 1 \\ 0 & ,x \ge 1 \end{cases}$$

1.1) จงคำนวณหาค่า $P\left(\frac{1}{2} \le x \le \frac{3}{2}\right)$ (ตอบถูก = 2 คะแนน, ผิด = -1 คะแนน)

a) 4/5 b) 7/8 c) 26/8 d) 4 h) ตอบ _____

1.2) จงคำนวณหา $E(x)$ (ตอบถูก = 2 คะแนน, ผิด = -1 คะแนน)

a) 1/5 b) 2/5 c) 3/5 d) 4/5 h) ตอบ _____

2. จงหาค่า K เมื่อกำหนด PMF ของตัวแปรสุ่ม X

$$P_X(x) = \begin{cases} Kx^2 & x = -3,-2,-1,0,1,2,3 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$ (ตอบถูก = 2 คะแนน, ผิด = -1 คะแนน)

a) 1/2 b) 1/8 c) 2/15 d) 1 h) ตอบ _____

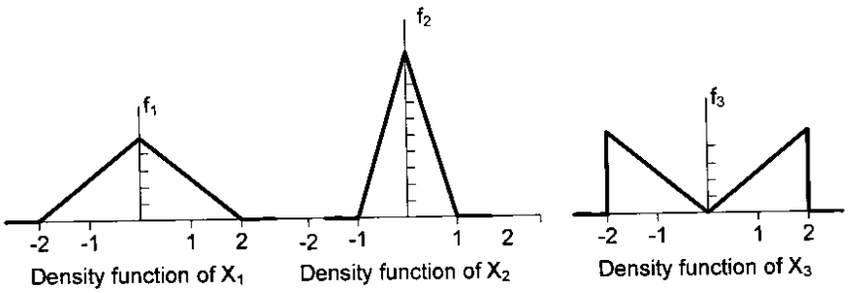
3. กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งมีค่าเป็น (0, 1, 2) ถ้า $P(X = 0) < P(X = 1) < P(X = 2)$ ข้อความต่อไปนี้ข้อใดเป็นจริง (ตอบถูก = 2 คะแนน, ผิด = -1 คะแนน)

a) $E(X) < 1$ b) $E(X) = 1$

c) $E(X) > 1$ d) มีข้อมูลไม่เพียงพอ h) ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section :_____

4. ให้ X_1, X_2 และ X_3 เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งมี probability density functions ดังนี้ (2 คะแนน)



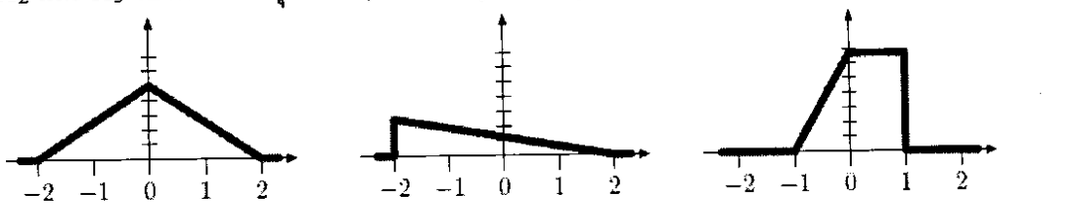
Density function of X_1 Density function of X_2 Density function of X_3

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

a) $F(X_1) = F(X_2)$ b) $F(X_2) = F(X_3)$

c) $F(X_1) = F(X_3)$ d) มีข้อมูลไม่เพียงพอ h) ตอบ _____

5. ให้ X_1, X_2 และ X_3 เป็นตัวแปรสุ่มซึ่งมี probability density functions ดังนี้ (2 คะแนน)



Probability density function of X_1 Probability density function of X_2 Probability density function of X_3

a) $E[X_1] = E[X_2] = E[X_3]$ b) $E[X_1] < E[X_2] < E[X_3]$

c) $E[X1] < E[X_3] < E[X_2]$ d) $E[X_2] < E[X_1] < E[X_3]$

e) $E[X_2] < E[X_3] < E[X_1]$ f) $E[X_3] < E[X_1] < E[X_2]$

g) $E[X_3] < E[X_2] < E[X_1]$ h) ตอบ_____

6. จงตรวจสอบฟังก์ชันต่อไปนี้ ฟังก์ชันใดเป็น Probability density function (ตอบ Yes ถ้าใช่) และฟังก์ชันใดไม่ใช่ Probability density function (ตอบ No ถ้าไม่ใช่)

(ตอบถูกข้อละ = 2 คะแนน, ผิด = -1 คะแนน)

6.1) $f(x) = \begin{cases} 0 & ,x \le 0 \\ \frac{x}{2} & ,0 < x < 2 \\ 1 & ,x \ge 2 \end{cases}$ Yes / No

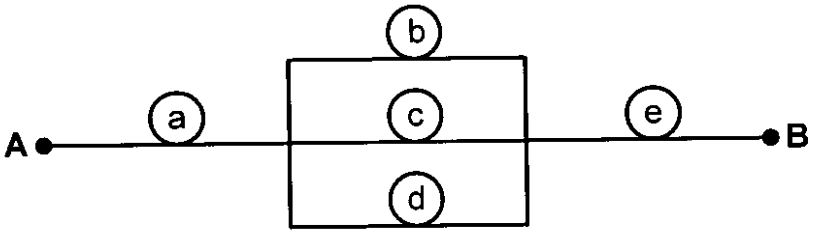
6.2) $f(x) = \begin{cases} 0 & ,x \le 2 \\ \frac{1}{8} & ,2 < x < 10 \\ 0 & ,x \ge 10 \end{cases}$ Yes / No

6.3) $f(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0 \\ e^{-x} & x > 0 \end{cases}$ Yes / No

6.4) $f(x) = \begin{cases} 0 & ,x < 0 \\ 1 & ,0 \le x \le 5 \\ 0 & ,x > 5 \end{cases}$ Yes / No

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

7. การสื่อสารข้อมูลผ่านเส้นใยแก้วนำแสงจากจุด A ไปยังจุด B มีเส้นทาง ดังแสดงในรูปที่1 ในการติดตั้งเส้นใยแก้วปรากฏว่า การส่งผ่านสัญญาณแสงภายในเส้นใยแก้วแต่ละส่วนมีโอกาสสำเร็จไม่เท่ากันซึ่งแสดงค่าในตารางที่ 1 ให้นักศึกษาหาความน่าจะเป็นที่ส่งผ่านสัญญาณจากจุด A ไปยังจุด B ได้สำเร็จ (3 คะแนน)



รูปที่1 การสื่อสารข้อมูลผ่านเส้นใยแก้วนำแสง

ตารางที่1 ค่าความน่าจะเป็นในการส่งข้อมูลผ่านสำเร็จในแต่ละเส้นใยแก้วนำแสง

Fiber Optic	Probability
a	0.9
b	0.8
c	0.8
d	0.8
e	0.85

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

ตอนที่ 2	40 คะแนน (20%)					รวม
คำถาม	8(8)	9(5)	10(10)	11(11)	12(5)	40

ตอนที่ 2 แสดงวิธีทำอย่างละเอียด

8. กำหนดให้ X เป็น random variable ซึ่งมี distribution ดังนี้

$$f_X(x) = \begin{cases} 3x^2 & 0 < x < 2 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

8.1) จงหา CDF ของ X (2 คะแนน)

ตอบ _____

8.2) กำหนด $Y = X - 1$ จงหา $f_Y(y)$ (3 คะแนน)

ตอบ _____

8.3) จงหา $E_Y(y)$ (3 คะแนน)

ตอบ _____

9. Internet service provider ใช้โมเด็มในการให้บริการทั้งหมด 30 ตัวเพื่อรองรับกลุ่มลูกค้า 300 คน . ลูกค้าแต่ละคนมีความจำเป็นต้องเชื่อมต่ออินเตอร์เน็ตในช่วงเวลาใดเวลาหนึ่งคิดเป็น 1 เปอร์เซ็นต์ กำหนดให้ M เป็นจำนวนของโมเด็มที่ถูกใช้งาน

9.1) จงหาความน่าจะเป็นเมื่อโมเด็มถูกใช้งานขณะใดขณะหนึ่งน้อยกว่า 30 ตัว (2 คะแนน)

ตอบ

9.2) จงหาความน่าจะเป็นเมื่อโมเด็มทั้งหมดถูกใช้งานขณะใดขณะหนึ่ง (3 คะแนน)

ตอบ

10. การส่งข้อมูลระหว่างเมือง A กับเมือง B ผ่านสายเคเบิล โดยใช้วิธีการรับ-ส่งข้อมูลแบบ Stop and Wait ARQ ซึ่งต้องได้รับ ACK ยืนยันกลับภายในเวลา 10 มิลลิวินาที จากเมืองปลายทางเสียก่อน เมืองต้นทางจึงจะส่งข้อมูลชุดต่อไป หากว่าเมืองต้นทางไม่ได้รับ ACK ในเวลาที่กำหนด ก็จะทำการส่งชุดข้อมูลเดิมซ้ำอีกครั้ง เมืองต้นทางจะหยุดส่งข้อมูลเมื่อเมืองปลายทางได้รับข้อมูลครบถ้วนแล้ว ในการส่งข้อมูลแต่ละครั้งจะส่งออกไปเป็นแพ็กเก็ต แพ็กเก็ตละ 1000 ไบต์ ซึ่งประกอบด้วยข้อมูลจริง 800 ไบต์ รวมกับ redundancy bit อีก 200 ไบต์ ถ้าหากเมือง A ต้องการส่งไฟล์ขนาด 2400 ไบต์ ไปยังเมือง B ซึ่งเป็นเมืองปลายทาง โดยที่ค่าความน่าจะเป็นในการส่งข้อมูลจากเมืองต้นทางไปยังเมืองปลายทางได้อย่างถูกต้องเท่ากับ 0.8 และความน่าจะเป็นที่เมืองปลายทางส่ง ACK กลับมาที่เมืองต้นทางได้อย่างถูกต้องเท่ากับ 0.9 เช่นกัน โดยที่ความน่าจะเป็นในการส่งข้อมูลแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน จงตอบคำถามต่อไปนี้

10.1) การส่งข้อมูลแต่ละครั้งต้องแบ่งส่งเป็นแพ็กเก็ต การส่งแพ็กเก็ตแต่ละครั้งจะสำเร็จได้ประกอบด้วยเมืองต้นทางส่งแพ็กเก็ตไปถึงเมืองปลายทางได้อย่างถูกต้อง และเมืองปลายทางต้องส่ง ACK กลับมาให้เมืองต้นทางได้อย่างถูกต้องเช่นกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ส่งแพ็กเก็ตแต่ละแพ็กเก็ตได้สำเร็จ (2 คะแนน)

ตอบ _____

10.2) กำหนดให้ X เป็นตัวแปรสุ่มของการนับจำนวนครั้งทั้งหมดที่เมืองต้นทางได้ส่งแพ็กเก็ตไปให้เมืองปลายทาง จนสามารถรับข้อมูลได้ครบทั้งไฟล์ จงเขียน PMF ของ X (3 คะแนน)
(การส่งแพ็คเก็ตหนึ่งแพ็คเก็ตได้สำเร็จจะต้องคำนึงทั้งแพ็คเก็ตข้อมูลที่ส่งไปและแพ็คเก็ตที่เป็น ACK จะต้องได้รับอย่างถูกต้อง จึงมีผลต่อความน่าจะในการส่งแพ็คเก็ตสำหรับ 1 ครั้ง)

ตอบ _____

10.3) จงหาความน่าจะเป็นที่เมืองต้นทางจะต้องส่งแพ็กเก็ตมากกว่า 3 ครั้ง เมืองปลายทางถึงจะได้รับข้อมูลครบทั้งไฟล์ (5 คะแนน)

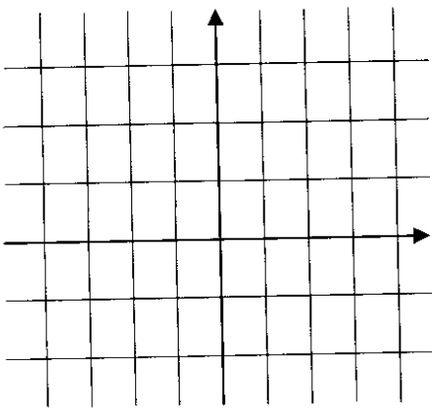
ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section :_____

11. กำหนด X และ Y เป็น continuous random variable ซึ่งมี joint density function

$$f(x,y) = \begin{cases} 4y & for\ y^2 \le x \le 1, y > 0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

11.1) จงวาดระนาบของพื้นที่ของ joint density function (1 คะแนน)



11.2) จงหา marginal density function of Y (3 คะแนน)

ตอบ _____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

11.3) จงหาค่าของเงื่อนไข X และ Y เมื่อ joint CDF มีค่าดังนี้ (2 คะแนน)

Joint CDF = 0 เมื่อ _____

Joint CDF = 1 เมื่อ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

11.4) จงหา joint CDF เมื่อกำหนด X, Y ดังนี้ (5 คะแนน)

ให้เลือก**ตอบเพียงกรณีเดียว**เท่านั้น

กรณีที่ 1 : $y^2 \le x \le 1, 0 \le y$

ตอบ _____

กรณีที่ 2 : $x \le y^2, 0 \le y, 0 \le x \le 1$

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

กรณีที่ 3 : $x \geq y^2, 0 \leq y \leq 1$

ตอบ _____

12. เราเตอร์สามารถส่งแพ็คเก็ตไปปลายทางได้สองช่องทางด้วยกัน กำหนดให้ X เป็นจำนวนของแพ็คเก็ตที่รอในคิวเพื่อส่งผ่านช่องทางปรกติ และกำหนดให้ Y แทนจำนวนแพ็คเก็ตที่รอในคิวเพื่อส่งผ่านช่องทางพิเศษไปยังปลายทาง โดยที่ joint PMF ของ X และ Y มีค่าดังนี้

x \ y	0	1	2	3
0	0.08	0.07	0.04	0.00
1	0.06	0.15	0.05	0.04
2	0.05	0.04	0.10	0.06
3	0.00	0.03	0.04	0.07
4	0.00	0.01	0.05	0.06

ตอบคำถามต่อไปนี้

12.1 ตัวแปรสุ่ม X และ Y เป็น independent หรือไม่ เพราะเหตุใด (2 คะแนน)

ตอบ _____

12.2 จงหา Marginal PMF ของ X เมื่อ $X < 3$ (1 คะแนน)

ตอบ

12.3 กำหนดเหตุการณ์ $B = \{(x,y) \mid Y \geq X + 2\}$ จงคำนวณหา condition PMF ของ ตัวแปรสุ่ม X และ ตัวแปรสุ่ม Y เมื่อกำหนดเหตุการณ์ B มาให้ (2 คะแนน)

ตอบ