มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษา 2 ปีการศึกษา 2553

วันที่ 28 กุมภาพันธ์ 2554 เวลา 13.30-16.30 น.

วิชา Intro to Theory of elastic stability ห้องสอบ หัวหุ่นยนต์

รหัสวิชา 221-402 ผู้สอน ผศ.เอกรัฐ สมัครัฐกิจ

ชื่อ-สกุล..... รหัส.....

คำชี้แจง

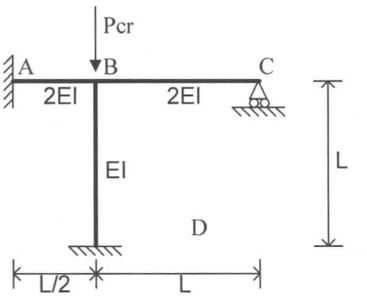
1. ข้อสอบทั้งหมดมี 4 ข้อ คะแนนรวม 100 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 5 หน้า (ไม่รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ) และห้ามแกะหรือฉีกข้อสอบออกจากเล่ม
3. ให้ทำหมดทุกข้อลงในกระดาษคำตอบ
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ ทุจริตจะได้ E
5. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด
6. ให้เขียนรหัสในสมุดคำถามทุกหน้า
7. กระดาษทดที่แจกให้ไม่ต้องส่งคืน ถ้าไม่พอขอเพิ่มที่อาจารย์คุมสอบ
8. ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

ตารางคะแนน

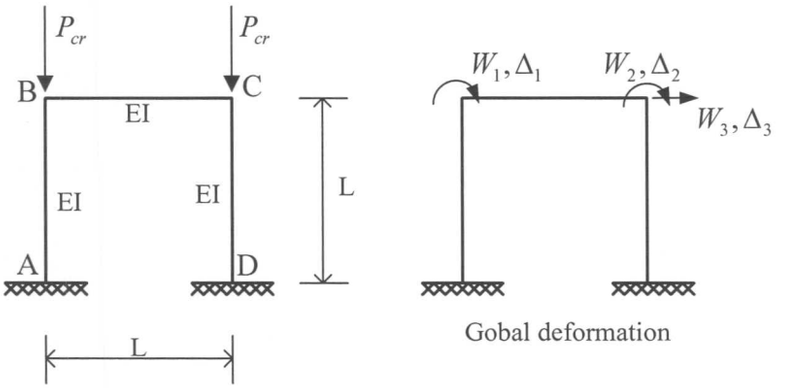
ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	25	
2	25	
3	25	
4	25	
รวม	100	

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำ คือ พักการเรียน 1 ภาคการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต

ข้อที่ 1 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของโครงข้อแข็งดังแสดงในรูป โดยวิธีสมการความลาดชัน-การโก่งตัว (Slope Deflection Method)



ข้อที่ 2 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของเสาในโครงข้อแข็งดังแสดงในในรูปโดยวิธีเมตริกซ์

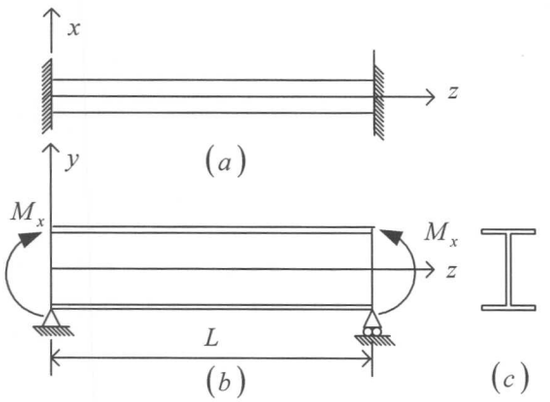


ข้อที่ 3 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของคานแบบง่ายที่มีหน้าตัดรูปตัวไอมีความยาว L ดังแสดงในรูป โดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์ สมมติฟังก์ชันการเปลี่ยนรูปคือ

$$u = A\left(1-\cos\frac{2\pi z}{L}\right) \text{ และ } \beta = B\left(1-\cos\frac{2\pi z}{L}\right)$$

$$U+V = \frac{1}{2}EI_y\int_0^L(\frac{d^2u}{dz^2})^2\,dz + \frac{1}{2}GJ\int_0^L(\frac{d\beta}{dz})^2\,dz + \frac{1}{2}EC_w\int_0^L(\frac{d^2\beta}{dz^2})^2\,dz - M\int_0^L\frac{du}{dz}\frac{d\beta}{dz}dz$$

$$\int_0^L\sin^2\left(\frac{2\pi z}{L}\right)dz = \int_0^L\cos^2(\frac{2\pi z}{L})dz = \frac{L}{2}$$

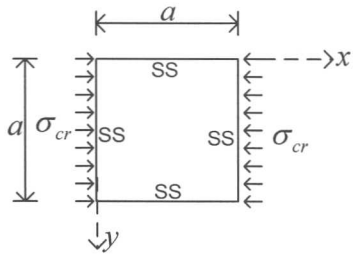


ข้อที่ 4 วิเคราะห์หน่วยแรงวิกฤตประมาณโดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์ ของแผ่นบางที่มีความหนา h โดยมีการยึดรั้งที่ขอบทั้ง 4 ด้านเป็นแบบหมุด (Simply Supports) ดังแสดงในรูป กำหนดให้สมการการโก่งเดาะเริ่มต้นอยู่ในรูปสมการ $w = A\sin\frac{\pi x}{a}\sin\frac{\pi y}{a}$

กำหนดให้

$$U = \frac{D}{2}\int_0^b\int_0^a\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 + 2\mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\mu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial y}\right)^2\right]dx\,dy$$

$$V = -\frac{1}{2}\int_0^a\int_0^b\left(N_x\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + N_y\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + 2N_{xy}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right)dx\,dy$$



เอกสารประกอบ

Slope Deflection Equation

$$M_A = \frac{EI}{L}\left(\alpha_n \theta_A + \alpha_f \theta_B\right) - \left(\alpha_n + \alpha_f\right)\frac{\Delta}{L} + M_{AB}^F$$

$$M_B = \frac{EI}{L}\left(\alpha_f \theta_A + \alpha_n \theta_B\right) - \left(\alpha_n + \alpha_f\right)\frac{\Delta}{L} + M_{BA}^F$$

โดยที่

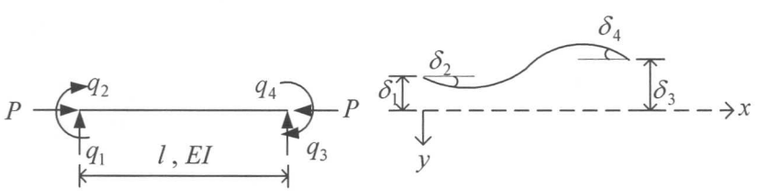
$$\phi_n = \frac{1}{(kL)^2}\left(1 - kL\cot kL\right)$$

$$\phi_f = \frac{1}{(kL)^2}\left(kL\csc kL - 1\right)$$

$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

Matrix Stiffness



(a) (b)

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2/l \\ q_3 \\ q_4/l \end{Bmatrix} = \left[\frac{EI}{l^3}\begin{bmatrix} 12 & -6 & -12 & -6 \\ -6 & 4 & 6 & 2 \\ -12 & 6 & 12 & 6 \\ -6 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix} - \frac{P}{l}\begin{bmatrix} \frac{6}{5} & -\frac{1}{10} & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{2}{15} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{30} \\ -\frac{6}{5} & \frac{1}{10} & \frac{6}{5} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{10} & \frac{2}{15} \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 l \\ \delta_3 \\ \delta_4 l \end{Bmatrix}$$

ตารางที่ A4 สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน

(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n+\alpha_f$	$\alpha_n-\frac{\alpha_f^2}{\alpha_n}$
3.9	6.2041	2.0611	-2.0674	-78.3349	78.5771	0.2422	0.4852
3.8	6.1241	1.0444	-1.0574	-38.1745	38.6503	0.4758	0.9575
3.7	6.0430	0.7030	-0.7230	-24.6852	25.3865	0.7013	1.4225
3.6	5.9608	0.5303	-0.5576	-17.8668	18.7860	0.9192	1.8857
3.5	5.8774	0.4250	-0.4600	-13.7190	14.8490	1.1301	2.3532
3.4	5.7928	0.3532	-0.3963	-10.9082	12.2425	1.3342	2.8316
3.3	5.7070	0.3004	-0.3523	-8.8629	10.3950	1.5321	3.3291
3.2	5.6199	0.2594	-0.3206	-7.2971	9.0212	1.7241	3.8556
3.1	5.5313	0.2260	-0.2974	-6.0519	7.9625	1.9105	4.4242
3.0	5.4414	0.1979	-0.2802	-5.0320	7.1236	2.0917	5.0528
2.9	5.3499	0.1734	-0.2676	-4.1765	6.4443	2.2678	5.7671
2.8	5.2569	0.1514	-0.2586	-3.4449	5.8842	2.4393	6.6059
2.7	5.1622	0.1310	-0.2526	-2.8091	5.4154	2.6063	7.6308
2.6	5.0657	0.1118	-0.2494	-2.2490	5.0180	2.7691	8.9475
2.5	4.9673	0.0930	-0.2486	-1.7499	4.6777	2.9278	10.7543
2.4	4.8669	0.0742	-0.2502	-1.3006	4.3833	3.0827	13.4723
2.3	4.7645	0.0550	-0.2542	-0.8926	4.1266	3.2340	18.1845
2.2	4.6597	0.0347	-0.2610	-0.5194	3.9012	3.3818	28.7813
2.1	4.5526	0.0128	-0.2707	-0.1757	3.7020	3.5263	77.8328
2.0	4.4429	-0.0115	-0.2842	0.1428	3.5248	3.6676	-86.8644
1.9	4.3304	-0.0394	-0.3022	0.4394	3.3665	3.8059	-25.3521
1.8	4.2149	-0.0726	-0.3263	0.7170	3.2244	3.9414	-13.7828
1.7	4.0961	-0.1133	-0.3588	0.9779	3.0962	4.0741	-8.8253
1.6	3.9738	-0.1658	-0.4036	1.2240	2.9801	4.2041	-6.0320
1.5	3.8476	-0.2372	-0.4681	1.4570	2.8747	4.3317	-4.2150

ตารางที่ A4 (ต่อ) สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน

(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n+\alpha_f$	$\alpha_n-\frac{\alpha_f^{\,2}}{\alpha_n}$
1.4	3.7172	-0.3422	-0.5666	1.6782	2.7785	4.4568	-2.9221
1.3	3.5820	-0.5145	-0.7329	1.8889	2.6906	4.5795	-1.9437
1.2	3.4414	-0.8554	-1.0682	2.0901	2.6100	4.7001	-1.1690
1.1	3.2949	-1.8716	-2.0792	2.2827	2.5358	4.8185	-0.5343
1.0	3.1414	2026.5757	2026.3730	2.4676	2.4673	4.9349	0.0005
0.9	2.9802	2.1737	1.9757	2.6451	2.4041	5.0493	0.4600
0.8	2.8098	1.1595	0.9658	2.8161	2.3456	5.1617	0.8624
0.7	2.6283	0.8197	0.6300	2.9810	2.2912	5.2723	1.2200
0.6	2.4333	0.6487	0.4628	3.1404	2.2407	5.3811	1.5417
0.5	2.2212	0.5452	0.3630	3.2946	2.1936	5.4882	1.8341
0.4	1.9867	0.4757	0.2969	3.4440	2.1496	5.5937	2.1023
0.3	1.7204	0.4255	0.2500	3.5890	2.1085	5.6975	2.3503
0.2	1.4046	0.3874	0.2150	3.7298	2.0700	5.7999	2.5810
0.1	0.9930	0.3575	0.1881	3.8668	2.0339	5.9007	2.7970
0.0	0.0000	0.3333	0.1667	4.0000	2.0000	6.0000	3.0000

โดยที่

$$kL = L\sqrt{\frac{P}{EI}} = \pi\sqrt{\frac{PL^2}{\pi EI}} = \pi\sqrt{\frac{P}{P_{cr}}}$$

$$\phi_n = \frac{1}{(kL)^2}(1 - kL\cot kL)$$

$$\phi_f = \frac{1}{(kL)^2}(kL\csc kL - 1)$$

$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$$