มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษา : 2554

วันที่ : 3 ตุลาคม 2554 เวลา : 9:00 – 12:00

วิชา : 241-306 Signal and Systems ห้อง : หัวหุ่นยนต์, S817, A401

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือ ปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต และพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

คำสั่ง

1. ข้อสอบมี 3 ตอน

   ตอนที่ 1 มี 6 ข้อ 12 คะแนน (อ.ยศวีย์ ผู้ออกข้อสอบ)

   ตอนที่ 2 มี 3 ข้อ 14 คะแนน (อ.ทศพร ผู้ออกข้อสอบ)

   ตอนที่ 3 มี 3 ข้อ 14 คะแนน (อ.ธเนศ ผู้ออกข้อสอบ)

   รวมทั้งหมด 15 หน้า (ไม่รวมปก) ให้นักศึกษาทำข้อสอบทุกตอน และทุกข้อ
2. สำหรับหน้า 13-15 สามารถดึงออกจากตัวข้อสอบได้
3. ห้ามนำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ
5. แสดงวิธีทำและเขียนคำตอบให้ชัดเจน ถ้าอ่านไม่ออกถือว่าตอบผิด ไม่แสดงวิธีทำถือว่าตอบผิด
6. ข้อสอบแต่ละข้อคะแนนไม่เท่ากัน

รหัสนักศึกษา : _____ ชื่อ :_____ตอน : ____

คำถาม	1	2	3	4	5	6	รวม
คะแนน ตอนที่ 1							

Student ID : Name : Section :

ตอนที่ 1 มี 6 ข้อ 12 คะแนน

1. จงหา *Fourier transform* พร้อมวาดกราฟของสัญญาณ $x(t)$ ต่อไปนี้

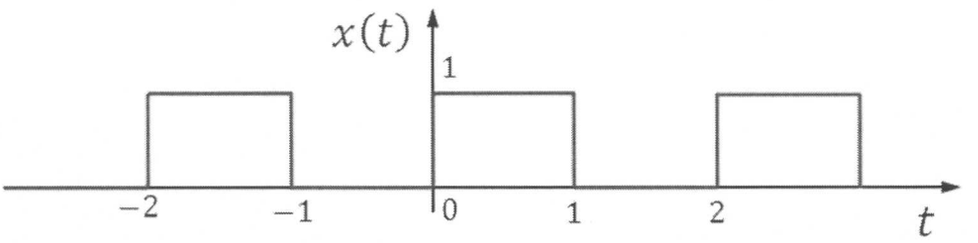
$$x(t) = 2u(t+3) - 2u(t-3)$$

1.1) จงหา *Fourier transform* พร้อมวาดกราฟของสัญญาณ $x(t)$ (1 คะแนน)

1.2) วาดกราฟของ $X(j\omega)$ (0.5 คะแนน)

Student ID : Name : Section :

2. จงหา *Fourier transform* ของสัญญาณแบบมีคาบ $x(t)$ ต่อไปนี้ (2.5 คะแนน)



Student ID : Name : Section :

3. จงหา *Fourier transform* พร้อมวาดกราฟของสัญญาณ $x[n]$ ต่อไปนี้ พร้อมวาดกราฟ

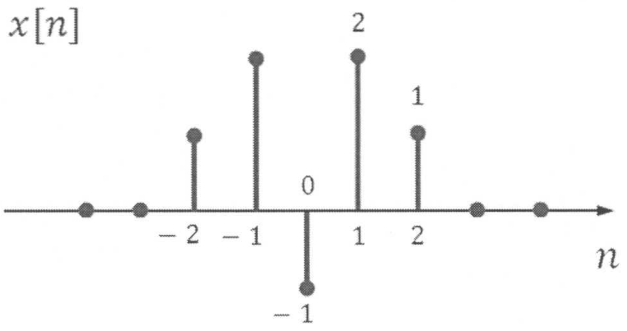
$$x[n] = sin\left(\frac{\pi n}{2}\right) + sin(\frac{\pi n}{3})$$

3.1) จงหา *Fourier transform* ของสัญญาณ $x[n]$ (1.5 คะแนน)

3.2) วาดกราฟของ $X(e^{j\omega})$ (1 คะแนน)

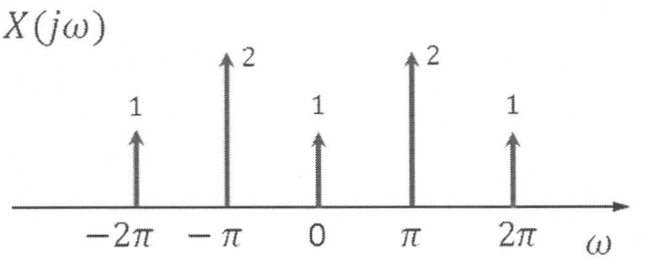
Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

4. จงหา *Fourier transform* ของสัญญาณ $x[n]$ ต่อไปนี้ (1.5 คะแนน)



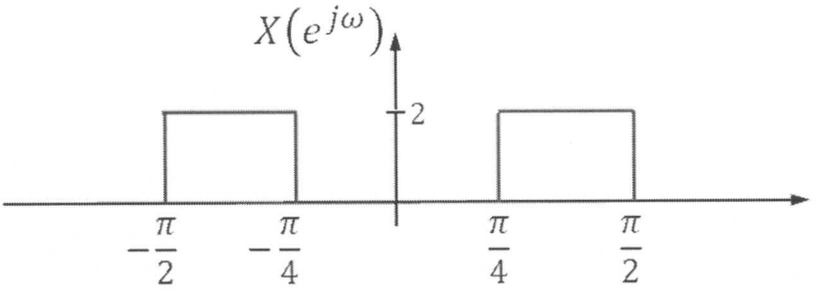
Student ID : Name : Section :

5. จงหา *Inverse Fourier transform* จาก $X(j\omega)$ ที่กำหนดให้ (2 คะแนน)



Student ID : Name : Section :

6. จงหา *Inverse Fourier transform* จาก $X(e^{j\omega})$ ที่กำหนดให้ (2 คะแนน)



Student ID : Name : Section :

ตอนที่ 2 (14 คะแนน)

คำสั่ง – สำหรับทุกคำถามในตอนที่ 2 ให้หาคำตอบ โดยใช้ Property (ตาราง 4.1 และ 5.1) ในภาคผนวกเท่านั้น หากใช้วิธีอื่น จะถือเป็นคำตอบที่ผิด ถึงแม้คำตอบจะถูกต้อง

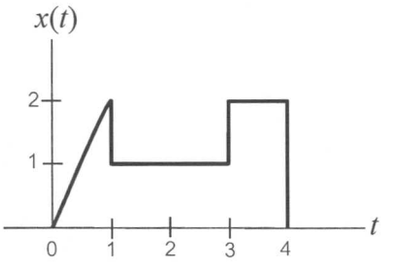
คำถามที่	1	2	3	รวม
ตอนที่ 2				

1. จงหา *Fourier Transform* ของสัญญาณ $x[n]$ โดยใช้ Property : accumulation และ property อื่นๆ ที่จำเป็น (5 คะแนน)

$$x[n] = u[n] - u[n-2] = x_1[n] + x_2[n]$$

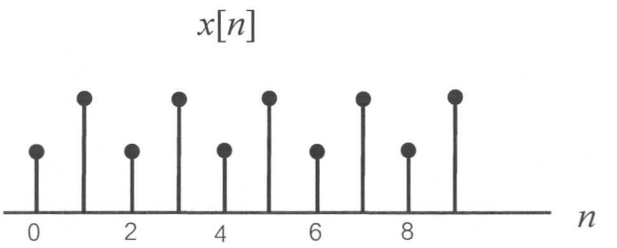
Student ID : Name : Section :

2. จงหา *Fourier transform* ของสัญญาณ $x(t)$ ดังรูป (5 คะแนน)
กำหนดให้ G(0) = 0



Student ID : Name : Section :

3. กำหนดสัญญาณ $x[n]$ ดังรูปด้านล่าง จงหา *Fourier Transform* ของสัญญาณ $x[n]$ ต่อไปนี้โดยใช้ property เท่านั้น (4 คะแนน)

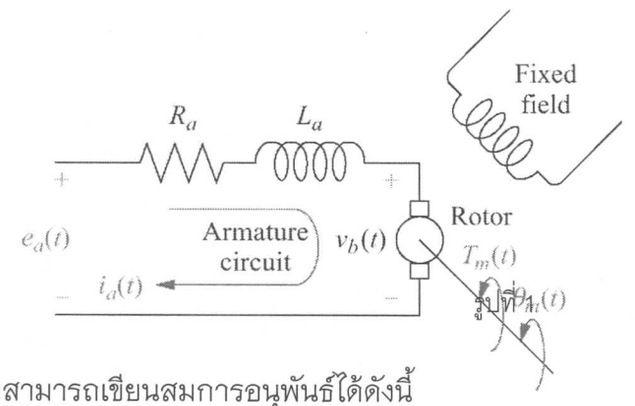


Student ID : Name : Section :

ตอนที่ 3 (14 คะแนน)

คำถามที่	1	2	3	รวม
ตอนที่ 2				

1. มอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงแบบมีแปรงถ่าน ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ ส่วนไฟฟ้าและส่วนเชิงกล ซึ่งสามารถแสดงรูปแผนผังได้ดังแสดงในรูปที่ 1 โดย $\theta_m(t)$ เป็นแรงดันเอาท์พุต และ $e_a(t)$ เป็นแรงดันอินพุต (7 คะแนน)



รูปที่ 1

$e_a(t)$ - Applied voltage
$i_a(t)$ - Armature current
$v_b(t)$ - Back emf
$T_m(t)$ - Motor torque
$\theta_m(t)$ - Rotor displacement
L_a - Armature inductance
R_a - Armature resistance
J_m - Rotor inertia
D_m - Viscous-friction coefficient
k_m - Torque constant
k_b - Back-emf constant

โดยสามารถเขียนสมการอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$e_a(t) = \frac{J_m}{k_m}\frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} + \left(\frac{D_m}{k_m} + k_b\right)\frac{d\theta_m(t)}{dt}$$

1.1) จงหา *frequency response, $H(j\omega)$*

(3 คะแนน)

1.2) จงหา *impulse response, $h(t)$* (4 คะแนน)

2. กำหนดให้ LTI system ซึ่งอธิบายโดย difference equation (5 คะแนน)

$$y[n] + 1/8y[n-1] = x[n]$$

จงหาผลการตอบสนองของระบบ $y[n]$ เมื่ออินพุตคือ

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

Student ID : Name : Section :

3. จงหา *frequency response,* $H(e^{j\omega})$ ของระบบซึ่งอธิบายโดย difference equation

(2 คะแนน)

$$y[n] + 1/8y[n-1] + y[n-2] = x[n] - 1/4x[n-1]$$

Fourier Transform pairs

$$\sum_{m=-\infty}^{n} x[m] \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{1}{1-e^{-j\omega}} X(e^{j\omega}) + \pi X(e^{j0}) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - 2\pi k)$$

$$\frac{d}{dt} x(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} j\omega X(j\omega)$$

$$\int_{-\infty}^{t} x(\tau) d\tau \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{1}{j\omega} X(j\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$$

$$u(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{1}{j\omega}$$

$$e^{-at}u(t) \overset{F}{\longleftrightarrow} \frac{1}{a+j\omega} \qquad \text{เมื่อ } a > 0$$

Student ID : Name : Section :

TABLE 4.1 PROPERTIES OF THE FOURIER TRANSFORM

Section	Property	Aperiodic signal	Fourier transform
		$x(t)$ $y(t)$	$X(j\omega)$ $Y(j\omega)$
4.3.1	Linearity	$ax(t) + by(t)$	$aX(j\omega) + bY(j\omega)$
4.3.2	Time Shifting	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0}X(j\omega)$
4.3.6	Frequency Shifting	$e^{j\omega_0 t}x(t)$	$X(j(\omega - \omega_0))$
4.3.3	Conjugation	$x^*(t)$	$X^*(-j\omega)$
4.3.5	Time Reversal	$x(-t)$	$X(-j\omega)$
4.3.5	Time and Frequency Scaling	$x(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}X\left(\frac{j\omega}{a}\right)$
4.4	Convolution	$x(t) * y(t)$	$X(j\omega)Y(j\omega)$
4.5	Multiplication	$x(t)y(t)$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\theta)Y(j(\omega - \theta))d\theta$
4.3.4	Differentiation in Time	$\frac{d}{dt}x(t)$	$j\omega X(j\omega)$
4.3.4	Integration	$\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$	$\frac{1}{j\omega}X(j\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$
4.3.6	Differentiation in Frequency	$tx(t)$	$j\frac{d}{d\omega}X(j\omega)$
4.3.3	Conjugate Symmetry for Real Signals	$x(t)$ real	$\begin{cases} X(j\omega) = X^*(-j\omega) \\ \mathcal{R}e\{X(j\omega)\} = \mathcal{R}e\{X(-j\omega)\} \\ \mathcal{I}m\{X(j\omega)\} = -\mathcal{I}m\{X(-j\omega)\} \\ \lvert X(j\omega)\rvert = \lvert X(-j\omega)\rvert \\ \measuredangle X(j\omega) = -\measuredangle X(-j\omega) \end{cases}$
4.3.3	Symmetry for Real and Even Signals	$x(t)$ real and even	$X(j\omega)$ real and even
4.3.3	Symmetry for Real and Odd Signals	$x(t)$ real and odd	$X(j\omega)$ purely imaginary and odd
4.3.3	Even-Odd Decomposition for Real Signals	$x_e(t) = \mathcal{E}v\{x(t)\}$ [$x(t)$ real] $x_o(t) = \mathcal{O}d\{x(t)\}$ [$x(t)$ real]	$\mathcal{R}e\{X(j\omega)\}$ $j\mathcal{I}m\{X(j\omega)\}$
4.3.7	Parseval's Relation for Aperiodic Signals $\int_{-\infty}^{+\infty} \lvert x(t)\rvert^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \lvert X(j\omega)\rvert^2 d\omega$		

TABLE 5.1 PROPERTIES OF THE DISCRETE-TIME FOURIER TRANSFORM

Section	Property	Aperiodic Signal	Fourier Transform
		$x[n]$	$X(e^{j\omega})$ periodic with
		$y[n]$	$Y(e^{j\omega})$ period 2π
5.3.2	Linearity	$ax[n] + by[n]$	$aX(e^{j\omega}) + bY(e^{j\omega})$
5.3.3	Time Shifting	$x[n - n_0]$	$e^{-j\omega n_0}X(e^{j\omega})$
5.3.3	Frequency Shifting	$e^{j\omega_0 n}x[n]$	$X(e^{j(\omega-\omega_0)})$
5.3.4	Conjugation	$x^*[n]$	$X^*(e^{-j\omega})$
5.3.6	Time Reversal	$x[-n]$	$X(e^{-j\omega})$
5.3.7	Time Expansion	$x_{(k)}[n] = \begin{cases} x[n/k], & \text{if } n = \text{multiple of } k \\ 0, & \text{if } n \neq \text{multiple of } k \end{cases}$	$X(e^{jk\omega})$
5.4	Convolution	$x[n] * y[n]$	$X(e^{j\omega})Y(e^{j\omega})$
5.5	Multiplication	$x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\theta})Y(e^{j(\omega-\theta)})d\theta$
5.3.5	Differencing in Time	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{-j\omega})X(e^{j\omega})$
5.3.5	Accumulation	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\omega}}X(e^{j\omega})$ $+ \pi X(e^{j0}) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - 2\pi k)$
5.3.8	Differentiation in Frequency	$nx[n]$	$j\frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$
5.3.4	Conjugate Symmetry for Real Signals	$x[n]$ real	$\begin{cases} X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega}) \\ \mathcal{R}e\{X(e^{j\omega})\} = \mathcal{R}e\{X(e^{-j\omega})\} \\ \mathcal{I}m\{X(e^{j\omega})\} = -\mathcal{I}m\{X(e^{-j\omega})\} \\ \lvert X(e^{j\omega})\rvert = \lvert X(e^{-j\omega})\rvert \\ \measuredangle X(e^{j\omega}) = -\measuredangle X(e^{-j\omega}) \end{cases}$
5.3.4	Symmetry for Real, Even Signals	$x[n]$ real an even	$X(e^{j\omega})$ real and even
5.3.4	Symmetry for Real, Odd Signals	$x[n]$ real and odd	$X(e^{j\omega})$ purely imaginary and odd
5.3.4	Even-odd Decomposition of Real Signals	$x_e[n] = \mathcal{E}v\{x[n]\}$ $[x[n]$ real$]$	$\mathcal{R}e\{X(e^{j\omega})\}$
		$x_o[n] = \mathcal{O}d\{x[n]\}$ $[x[n]$ real$]$	$j\mathcal{I}m\{X(e^{j\omega})\}$
5.3.9	Parseval's Relation for Aperiodic Signals	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \lvert x[n]\rvert^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} \lvert X(e^{j\omega})\rvert^2 d\omega$	