

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษา 2
วันที่ 27 กุมภาพันธ์ 2555
วิชา Intro to Theory of elastic stability
รหัสวิชา 221-402

ปีการศึกษา 2554
เวลา 13.30-16.30 น.
ห้องสอบ Robot
ผู้สอน ผศ.เอกรัฐ สมศรีรัฐกิจ

ชื่อ-สกุล.....

รหัส.....

คำชี้แจง

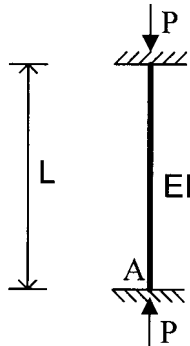
1. ข้อสอบทั้งหมดมี 5 ข้อ คะแนนรวม 100 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 5 หน้า (ไม่รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ) และห้ามแกะหรือฉีกข้อสอบออกจากเล่ม
3. ให้ทำหมดทุกข้อลงในกระดาษคำตอบ
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ ทูจริตจะได้ E
5. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด
6. ให้เขียนรหัสในสมุดคำถามทุกหน้า
7. กระดาษทดที่แจกให้ไม่ต้องส่งคืน ถ้าไม่พอขอเพิ่มที่อาจารย์คุมสอบ
8. ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

ตารางคะแนน

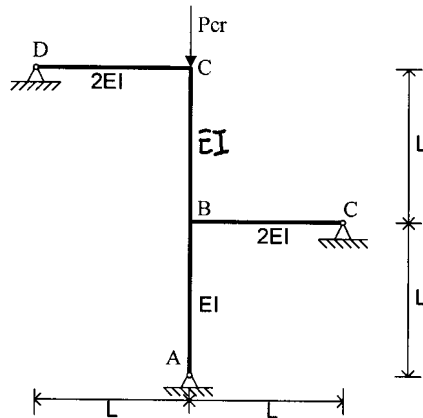
ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	20	
2	20	
3	20	
4	20	
5	20	
รวม	100	

ทูจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำ คือ พักการเรียน 1 ภาคการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่ทูจริต

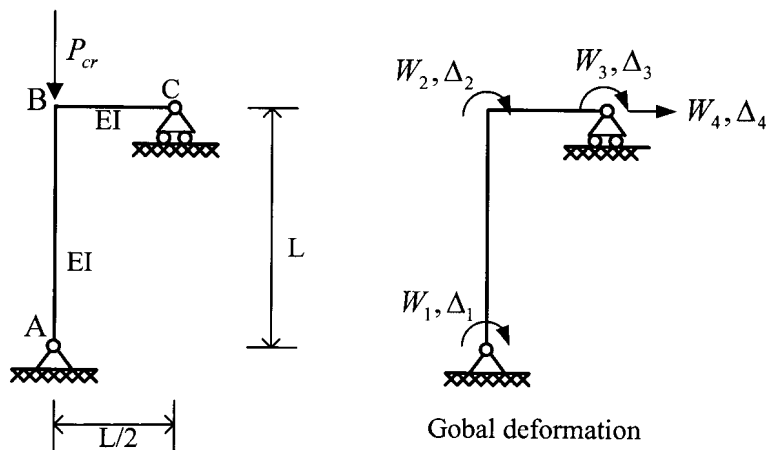
ข้อที่ 1 วิเคราะห์แรงวิกฤตประมาณของเสาโดยวิธี Finite Difference กำหนดให้ $n=3$ และ $n=4$ และใช้ Richardson's Extrapolation ($\beta = \frac{n_1^2 \beta_1 - n_2^2 \beta_2}{n_1^2 - n_2^2}$) เพิ่มความถูกต้องของผลเฉลย



ข้อที่ 2 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของโครงข้อแข็งดังแสดงในรูป โดยวิธีสมการความลาดชัน-การโก่งตัว (Slope Deflection Method)



ข้อที่ 3 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของเสาในโครงข้อแข็งดังแสดงในรูปโดยวิธีเมตริกซ์

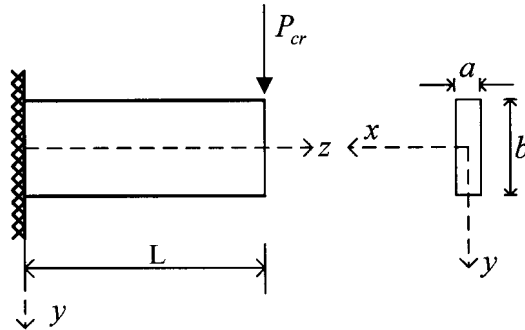


ข้อที่ 4 สมการที่ a เป็นสมการกำลังสามของแรง P (แรงอัดตามแนวแกน) ซึ่งรากของสมการคือแรงวิกฤตของชิ้นส่วนสำหรับกรณีที่หน้าตัดใดๆ ที่คำนึงผลของการบิดด้วย กรณีเสารูปหน้าตัดที่มี x และ y เป็นแกนสมมาตรจงอธิบายผลเฉลยที่ได้

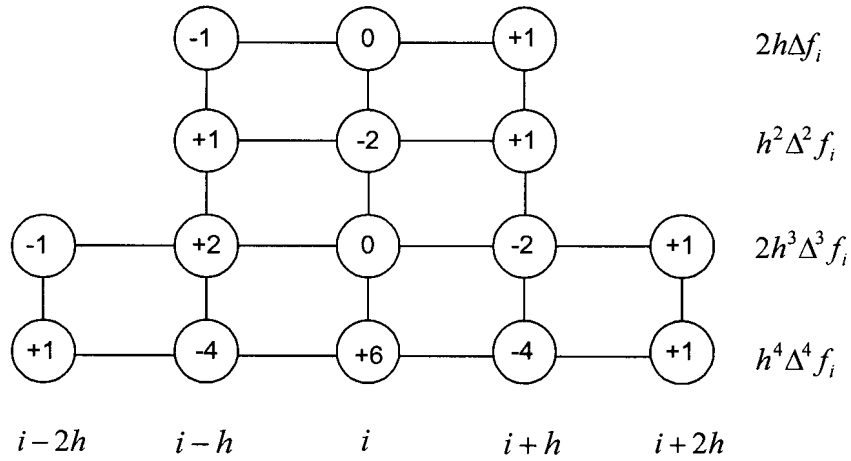
$$(P_y - P)(P_x - P)(P_\phi - P) - (P_y - P)\frac{P^2 x_0^2}{r_0^2} - (P_x - P)\frac{P^2 y_0^2}{r_0^2} = 0 \tag{a}$$

โดยที่
$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \quad P_x = \frac{\pi^2 EI_x}{L^2} \quad P_\phi = \frac{1}{r_0^2} \left[GJ + \frac{\pi^2 EC_w}{L^2} \right]$$

ข้อที่ 5 จงหาความยาวสูงสุดของคานยื่นหน้าแคบที่รับแรง P ถ้าในการออกแบบไม่ต้องการคำนึงผลการเกิดการโก่งเดาะด้านข้าง (Lateral Buckling , $P_{cr} = \frac{4.013\sqrt{EI_y GJ}}{L^2}$) และหน่วยแรงสูงสุดต้องไม่เกินกำลังคลาก (F_y)



แผนภาพโมเมนต์สำหรับอัตราส่วนผลต่าง



Slope Deflection Equation

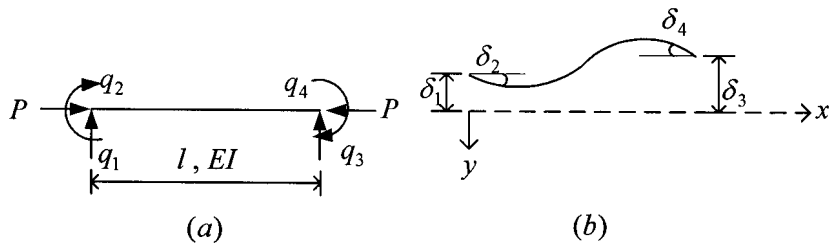
$$M_A = \frac{EI}{L} (\alpha_n \theta_A + \alpha_f \theta_B) - (\alpha_n + \alpha_f) \frac{\Delta}{L} + M_{AB}^F$$

$$M_B = \frac{EI}{L} (\alpha_f \theta_A + \alpha_n \theta_B) - (\alpha_n + \alpha_f) \frac{\Delta}{L} + M_{BA}^F$$

โดยที่ $\phi_n = \frac{1}{(kL)^2} (1 - kL \cot kL)$ $\phi_f = \frac{1}{(kL)^2} (kL \csc kL - 1)$

$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2} \quad \alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

Matrix Stiffness



$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2/l \\ q_3 \\ q_4/l \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6 & -12 & -6 \\ -6 & 4 & 6 & 2 \\ -12 & 6 & 12 & 6 \\ -6 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix} \frac{P}{l} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & -\frac{1}{10} & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{2}{15} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{30} \\ -\frac{6}{5} & \frac{1}{10} & \frac{6}{5} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{10} & \frac{2}{15} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 l \\ \delta_3 \\ \delta_4 l \end{Bmatrix}$$

$$[K] = [B]^T [k] [B]$$

$$[\delta] = [B][\Delta]$$

ตารางที่ A สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน
(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n + \alpha_f$	$\alpha_n - \frac{\alpha_f^2}{\alpha_n}$
3.9	6.2041	2.0611	-2.0674	-78.3349	78.5771	0.2422	0.4852
3.8	6.1241	1.0444	-1.0574	-38.1745	38.6503	0.4758	0.9575
3.7	6.0430	0.7030	-0.7230	-24.6852	25.3865	0.7013	1.4225
3.6	5.9608	0.5303	-0.5576	-17.8668	18.7860	0.9192	1.8857
3.5	5.8774	0.4250	-0.4600	-13.7190	14.8490	1.1301	2.3532
3.4	5.7928	0.3532	-0.3963	-10.9082	12.2425	1.3342	2.8316
3.3	5.7070	0.3004	-0.3523	-8.8629	10.3950	1.5321	3.3291
3.2	5.6199	0.2594	-0.3206	-7.2971	9.0212	1.7241	3.8556
3.1	5.5313	0.2260	-0.2974	-6.0519	7.9625	1.9105	4.4242
3.0	5.4414	0.1979	-0.2802	-5.0320	7.1236	2.0917	5.0528
2.9	5.3499	0.1734	-0.2676	-4.1765	6.4443	2.2678	5.7671
2.8	5.2569	0.1514	-0.2586	-3.4449	5.8842	2.4393	6.6059
2.7	5.1622	0.1310	-0.2526	-2.8091	5.4154	2.6063	7.6308
2.6	5.0657	0.1118	-0.2494	-2.2490	5.0180	2.7691	8.9475
2.5	4.9673	0.0930	-0.2486	-1.7499	4.6777	2.9278	10.7543
2.4	4.8669	0.0742	-0.2502	-1.3006	4.3833	3.0827	13.4723
2.3	4.7645	0.0550	-0.2542	-0.8926	4.1266	3.2340	18.1845
2.2	4.6597	0.0347	-0.2610	-0.5194	3.9012	3.3818	28.7813
2.1	4.5526	0.0128	-0.2707	-0.1757	3.7020	3.5263	77.8328
2.0	4.4429	-0.0115	-0.2842	0.1428	3.5248	3.6676	-86.8644
1.9	4.3304	-0.0394	-0.3022	0.4394	3.3665	3.8059	-25.3521
1.8	4.2149	-0.0726	-0.3263	0.7170	3.2244	3.9414	-13.7828
1.7	4.0961	-0.1133	-0.3588	0.9779	3.0962	4.0741	-8.8253
1.6	3.9738	-0.1658	-0.4036	1.2240	2.9801	4.2041	-6.0320
1.5	3.8476	-0.2372	-0.4681	1.4570	2.8747	4.3317	-4.2150

ตารางที่ A (ต่อ) สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน
(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n + \alpha_f$	$\alpha_n - \frac{\alpha_f^2}{\alpha_n}$
1.4	3.7172	-0.3422	-0.5666	1.6782	2.7785	4.4568	-2.9221
1.3	3.5820	-0.5145	-0.7329	1.8889	2.6906	4.5795	-1.9437
1.2	3.4414	-0.8554	-1.0682	2.0901	2.6100	4.7001	-1.1690
1.1	3.2949	-1.8716	-2.0792	2.2827	2.5358	4.8185	-0.5343
1.0	3.1414	2026.5757	2026.3730	2.4676	2.4673	4.9349	0.0005
0.9	2.9802	2.1737	1.9757	2.6451	2.4041	5.0493	0.4600
0.8	2.8098	1.1595	0.9658	2.8161	2.3456	5.1617	0.8624
0.7	2.6283	0.8197	0.6300	2.9810	2.2912	5.2723	1.2200
0.6	2.4333	0.6487	0.4628	3.1404	2.2407	5.3811	1.5417
0.5	2.2212	0.5452	0.3630	3.2946	2.1936	5.4882	1.8341
0.4	1.9867	0.4757	0.2969	3.4440	2.1496	5.5937	2.1023
0.3	1.7204	0.4255	0.2500	3.5890	2.1085	5.6975	2.3503
0.2	1.4046	0.3874	0.2150	3.7298	2.0700	5.7999	2.5810
0.1	0.9930	0.3575	0.1881	3.8668	2.0339	5.9007	2.7970
0.0	0.0000	0.3333	0.1667	4.0000	2.0000	6.0000	3.0000

โดยที่

$$kL = L\sqrt{\frac{P}{EI}} = \pi\sqrt{\frac{PL^2}{\pi EI}} = \pi\sqrt{\frac{P}{P_{cr}}}$$

$$\phi_n = \frac{1}{(kL)^2} (1 - kL \cot kL)$$

$$\phi_f = \frac{1}{(kL)^2} (kL \csc kL - 1)$$

$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$