

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์



การสอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 2

วันที่ : 28 กุมภาพันธ์ 2555

วิชา : 241-213 Mathematic for Computer Engineering

ปีการศึกษา : 2554

เวลา : 9:00-12:00

ห้อง : A401, R200
S817

ทฤษฎีในการสอบ โทษขั้นต่ำคือ ปรับตกในรายวิชาที่ทฤษฎี และพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

คำสั่ง

- ข้อสอบมี 2 ตอน 12 หน้า (ไม่รวมปก ไม่รวมกระดาษหัด)
ตอนที่ 1 มี 4 ข้อ 35 คะแนน (อ.ทศพร ผู้ออกข้อสอบ)
ตอนที่ 2 มี 7 ข้อ 25 คะแนน (อ.ธเนศ ผู้ออกข้อสอบ)
- ห้ามนำเครื่องคิดเลข เอกสาร ตำรา ใดๆ เข้าห้องสอบ
- ให้นักศึกษาทำข้อสอบทุกข้อ ทุกตอน แสดงวิธีทำและเขียนคำตอบให้ชัดเจน ถ้าอ่านไม่ออกถือว่าตอบผิด

รหัสนักศึกษา : _____ ชื่อ : _____ ตอน : _____

ตอนที่ 1 : มีข้อสอบ 4 ข้อ (ข้อ 1 – ข้อ 4) ทั้งหมด 35 คะแนน

ตอนที่ 1 (35 คะแนน 25%)					
คำถาม	1	2	3	4	รวม
คะแนน					

1. จงตรวจสอบข้อย่อยต่อไปนี้เป็นจริงหรือเท็จ (4 คะแนน)
 - 1.1) ถ้าเมตริกซ์ A เป็นเมตริกซ์ 4x4 และมี characteristic polynomial เป็น $\lambda(\lambda - 1)(\lambda + 1)(\lambda + 2)$ ดังนั้นเมตริกซ์ A เป็น diagonalizable True / False
 - 1.2) ถ้าเมตริกซ์ P เป็น diagonalizable ดังนั้นเมตริกซ์ P เป็น orthogonal matrix True / False
 - 1.3) Hermitian matrix เป็นเมตริกซ์ซึ่งมีคุณสมบัติ $\bar{H} = H^t$ True / False
 - 1.4) เมตริกซ์สมมาตร(symmetric matrix) ซึ่งประกอบด้วยจำนวนจริง เป็น Hermitian matrix True / False
 - 1.5) Eigenvalue ของ Hermitian matrix มีค่าเป็นจำนวนจริง True / False
 - 1.6) Eigenvalue ของ Skew-Hermitian matrix มีค่าเป็นจำนวนจินตภาพ True / False
 - 1.7) Eigenvalue ของ Unitary matrix มีค่าเป็นหนึ่ง True / False
 - 1.8) เมตริกซ์ U สามารถหา inverse matrix ได้ ดังนั้นเมตริกซ์ U เป็น Unitary matrix True / False

2. กำหนดสมการ

$$y_1' - 7x_1 - 10x_3$$

$$y_2' = 5x_1 + 2x_2 - 10x_3$$

$$y_3' = 5x_1 - 8x_3$$

ตอบคำถามต่อไปนี้

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

2.1) จงหาเมตริกซ์ A ซึ่งได้จากการเขียนสมการเชิงเส้นบนในรูปเมตริกซ์ (1 คะแนน)

ตอบ _____

2.2) จงหา Eigenvalues ของเมตริกซ์ A (4 คะแนน)

ตอบ _____

2.3) จงหา Eigenvectors

(4 คะแนน)

ตอบ

A large area of horizontal dashed lines for writing the answer, separated by a vertical solid line.

2.4) เมตริกซ์ A เป็น diagonalizable หรือไม่ เพราะอะไร ถ้าเป็น จงหาเมตริกซ์ P ที่ทำให้ $P^{-1}AP$
เป็น diagonal matrix (2 คะแนน)

ตอบ _____

2.5) เมตริกซ์ P เป็น orthogonal หรือไม่ เพราะเหตุใด (2 คะแนน)

ตอบ _____

3. กำหนดให้

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ 12 & -6 \end{pmatrix}$$

และมี eigenvalue เป็น -15, 10 ตอบคำถามต่อไปนี้

3.1) จงหา Quadratic form

(1 คะแนน)

ตอบ _____

3.2) จงหาสมการที่ใช้สำหรับการเปลี่ยนสมการในรูป Quadratic form เป็น Standard form

(5 คะแนน)

ตอบ _____

3.3) จงหา Standard form

(1 คะแนน)

ตอบ _____

4. กำหนดให้เมตริกซ์ A เป็นเมตริกซ์ 4x4 จงหาเมตริกซ์ A เมื่อกำหนดให้

(11 คะแนน)

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}$$

ตอบ

Student ID :

Name :

Section : _____

A large rectangular area with horizontal ruling lines, intended for student answers or notes.

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

ตอนที่ 2 (25 คะแนน 25%)								
คำถาม	1	2	3	4	5	6	7	รวม
คะแนน								

1. จงคำนวณหาค่าต่อไปนี้ โดยเขียนคำตอบให้อยู่ในรูป polar form (4 คะแนน)

1.1 $\frac{(-4 - i4)e^{i\frac{\pi}{4}}}{4i}$ (1 คะแนน)

1.2 $\sum_{k=0}^4 2ke^{jk\frac{\pi}{4}}$ (2 คะแนน)

1.3 $\frac{(1+i4) - i6}{(1+i)^2}$ (1 คะแนน)

2 กำหนดให้ระบบหนึ่งสามารถอธิบายด้วยสมการทางคณิตศาสตร์ (4 คะแนน)

$$G(z) = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{2}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{1}{4}z^{-1}\right)}$$

2.1 เมื่อ $z = e^{j\omega}$ $G(z)$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบ $\frac{1}{a + ib}$ จงหาค่า a และ b (2 คะแนน)

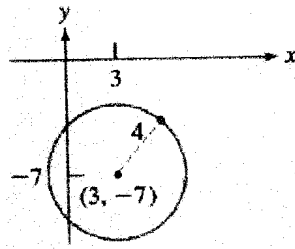
2.2 เมื่อ $z^{-1} = i\omega$ จงหาขนาดและมุม (Argument) ของ $G(z)$ (2 คะแนน)

3 จงอธิบายและเขียนสมการของรูปในข้อย่อยด้านล่างต่อไปนี้

(3 คะแนน)

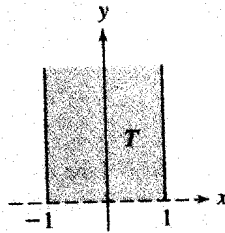
3.1

(1.5 คะแนน)



3.2

(1.5 คะแนน)



4 จงแสดงการคำนวณและวาดรูปของเซตข้อมูลต่อไปนี้และว่าเป็น open set, closed set, open and closed, or neither open or closed

(5 คะแนน)

4.1 $|z - 2 - 2i| \leq 2$

(2 คะแนน)

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

4.2 $|z+2-3i| < |z-1-6i|$

(3 คะแนน)

5 ลำดับต่อไปนี้ ลู่เข้า(convergence) หรือ ลู่ออก(divergence) ถ้าลำดับลู่เข้าให้หาค่าที่ลู่เข้า (1 คะแนน)

$$\frac{1+2n}{n^2} + \frac{1+n}{n}i$$

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

6 จากเซตต่อไปนี้บอกว่าเป็น open set, closed set และ compact set หรือไม่ (4 คะแนน)

6.1 S เป็นเซตของ z ตามสมการ $|z| < 2$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

6.2 U เป็นเซตของ z ตามสมการ $1 < \text{Re}[z] < 3$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

6.3 L เป็นเซตของ z ตามสมการ $|z-a| \leq r$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

6.4 M เป็นเซตของ z ตามสมการ $\text{Im}[z] < 7$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

7 จงแสดงให้เห็นว่าฟังก์ชัน $f(z) = z-i$ สามารถหาอนุพันธ์ได้ทุกจุดของ z โดยใช้ Cauchy-Riemann Equations เมื่อกำหนดให้ $z=x+iy$ (4 คะแนน)
