

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

ตอนที่ 1 : มีข้อสอบ 5 ข้อ (ข้อ 1 – ข้อ 5) ทั้งหมด 25 คะแนน

1. กำหนดให้

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -4 & 0 & 5 \\ -5 & -3 & 15 & -3 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & -20 & 33 & -4 \end{pmatrix}$$

1.1) จงหา $\det(A)$ โดยใช้วิธี Elementary Row Operations (4 คะแนน)

ตอบ _____

1.2) จงหา $\det(A)$ โดยใช้วิธี Cofactor Expansions

(3 คะแนน)

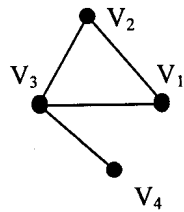
ตอบ _____

1.3) จงใช้ข้อมูลในข้อ 1.1 และ 1.2 หาค่าผลบวกระหว่างสอง Determinants ต่อไปนี้ (2 คะแนน)

$$\begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 & 5 \\ -5 & -3 & 15 & -3 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 0 & -40 & 66 & -8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & -4 & 0 & 5 \\ -5 & -3 & 15 & -3 \\ 0 & -20 & 33 & -4 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

ตอบ _____

2. จงหาจำนวน Spanning Tree ของกราฟต่อไปนี้ (3 คะแนน)



ตอบ _____

3. จงเขียนค่าต่อไปนี้ให้อยู่ในรูป polar form

3.1)
$$\frac{e^{i(-\frac{\pi}{6})} \times 8e^{i(\frac{\pi}{2})}}{-\sqrt{3} + i}$$
 (2 คะแนน)

ตอบ _____

3.2) $\frac{(2+i)-(3-4i)}{(2-i)(7+i)}$ (2 คะแนน)

ตอบ _____

4. จงวาดรูปของเซตของข้อมูลต่อไปนี้

4.1) $|z + 3i - 4i| + 3 < 4$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

4.2) $|z + 5i| \leq |z - 1 + 2i|$ (3 คะแนน)

ตอบ _____

4.3) เซ็ตในข้อ 4.1 เป็น open set หรือ closed set หรือไม่ใช่ทั้งคู่ (0.5 คะแนน)

ตอบ _____

4.4) เซ็ตในข้อ 4.2 เป็น open set หรือ closed set หรือไม่ใช่ทั้งคู่ (0.5 คะแนน)

ตอบ _____

4.5) จงหาเซตของ Boundary Points ในข้อ 4.2 (1 คะแนน)

ตอบ _____

4.6) จงหาเซตของ Limit Points ในข้อ 4.2 (1 คะแนน)

ตอบ _____

5. กำหนดให้ $f(z) = z^2$ และ $z = x + iy$ จงพิสูจน์ว่า $f'(z)$ หาค่าได้โดยใช้ Cauchy-Riemann Equations

5.1) พิสูจน์ว่า $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

5.2) พิสูจน์ว่า $\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y}$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

ตอนที่ 2 : มีข้อสอบ 4 ข้อ (ข้อ 6 - ข้อ 9)

6. จงบอกชนิดของเมตริกซ์ต่อไปนี้ว่าเป็นแบบใด (ตอบได้มากกว่าหนึ่งชนิด) (5 คะแนน)

H : Hermitian Matrix S : Skew-Hermitian Matrix D : Diagonal Matrix

O : Orthogonal Matrix U : Unitary Matrix G : เมตริกซ์ทั่วไป

6.1)
$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & i/\sqrt{2} & 0 \\ -1/\sqrt{2} & i/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6.2)
$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

6.3)
$$\begin{pmatrix} 0 & 7i & 4i \\ 7i & 0 & 2i \\ 4i & 2i & 0 \end{pmatrix}$$

6.4)
$$\begin{pmatrix} i & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2i \\ 1 & 2i & 0 \end{pmatrix}$$

6.5)
$$\begin{pmatrix} 27 & 8i & 6-2i \\ -8i & 0 & -4+i \\ 6+2i & -4-i & 9 \end{pmatrix}$$

7. เมตริกซ์ A มี Eigenvalue เท่ากับ 2 และ 6 และมี Eigenvector เป็น $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ และ $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ ตามลำดับ จง

หาเมตริกซ์ A (2 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

8. กำหนดเมตริกซ์

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 8 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

8.1) จงหา Eigenvalues

(3 คะแนน)

ตอบ

8.2) จงหา Eigenvectors

(5 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

8.3) จงหาเมตริกซ์ P ที่ทำให้ $P^{-1}AP$ เป็น diagonal matrix (1 คะแนน)

ตอบ _____

8.4) จงหาเมตริกซ์ $P^{-1}AP$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID :

Name :

Section : _____

9. กำหนดสมการในรูป

$$\text{Quadratic form : } 3x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_1x_3 - 20 = 0$$

$$\text{Standard form : } -y_1^2 + 2y_2^2 + 4y_3^2 = 20$$

ตอบคำถามต่อไปนี้

9.1) จงหาเมตริกซ์สมมาตร A จากสมการ Quadratic form ข้างต้น

(2 คะแนน)

ตอบ _____

9.2) จงหา Eigenvalues

(1 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

9.3) จงหาสมการที่ใช้สำหรับการเปลี่ยนสมการในรูป Quadratic form เป็น Standard form

(5 คะแนน)

ตอบ _____
