มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 1 ปีการศึกษา : 2554

วันที่ : 1 ตุลาคม 2555 เวลา : 9:00 – 12:00

วิชา : 241-306 Signal and Systems ห้อง : A401, 5817

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือ ปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต และพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

<u>คำสั่ง</u>

1. ข้อสอบมี 3 ตอน

   ตอนที่ 1 มี 6 ข้อ 11 คะแนน

   ตอนที่ 2 มี 3 ข้อ 14 คะแนน

   ตอนที่ 3 มี 3 ข้อ 15 คะแนน

   รวมทั้งหมด 18 หน้า (ไม่รวมปก) ให้นักศึกษาทำข้อสอบทุกตอน และทุกข้อ
2. ห้ามนำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ
3. <u>ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ</u>
4. แสดงวิธีทำและเขียนคำตอบให้ชัดเจน ถ้าอ่านไม่ออกถือว่าตอบผิด ไม่แสดงวิธีทำถือว่าตอบผิด
5. ข้อสอบแต่ละข้อคะแนนไม่เท่ากัน

รหัสนักศึกษา : _____ <u>ชื่อ</u> :_____ตอน : ____

คำถาม	1	2	3	4	5	6	**รวม**
ตอนที่ 1							

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

ตอนที่ 1 มี 6 ข้อ 11 คะแนน **ให้แสดงวิธีทำ โดยห้ามใช้** Properties และ Fourier Transform pairs

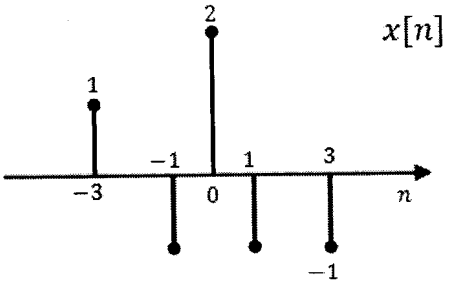
1. จงหา Fourier transform ของสัญญาณต่อไปนี้ $x(t) = \frac{d}{dt}[u(t) - u(t-3)]$ (1 คะแนน)

(เวลาทำข้อสอบ 5 นาที)

ตอบ

Student ID : Name : Section :

2. จงหา Fourier transform ของสัญญาณต่อไปนี้ (1 คะแนน)



(เวลาทำข้อสอบ 5 นาที)

ตอบ

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

3. จงหา Fourier transform ของสัญญาณ $x[n] = u[n+4] - u[n-2]$ และเขียนให้อยู่ในรูป sine หรือ cosine ถ้าสามารถเขียนได้ (2.5 คะแนน)

(เวลาทำข้อสอบข้อนี้ 10 นาที)

ตอบ _____

Student ID : Name : Section :

4. จากสัญญาณ $x[n]$ ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

$$x[n] = 2\cos\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{3}n\right)$$

(เวลาทำข้อสอบ 10 นาที)

4.1) จงหา Fourier transform ของสัญญาณ $x[n]$ (1 คะแนน)

ตอบ

4.2)วาดกราฟ Magnitude และ Phase ของสัญญาณ $X(e^{j\omega})$ (1 คะแนน)

ตอบ

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

5. จงหา Inverse Fourier transform ของสัญญาณต่อไปนี้ (2 คะแนน)

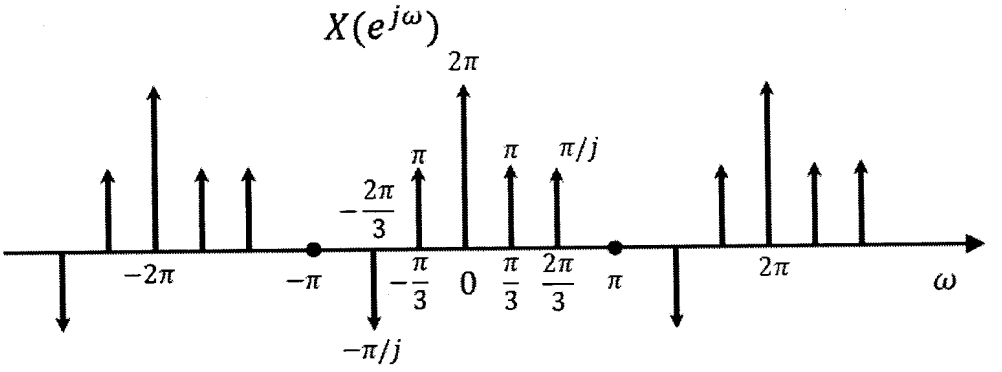
$$X(j\omega) = \begin{cases} 0, otherwise \\ 2, \frac{\pi}{4} \leq |\omega| \leq \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

(เวลาทำข้อสอบ 10 นาที)

ตอบ _____

Student ID : Name : Section :

6. จากกราฟของสัญญาณ $X(e^{j\omega})$ ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้



(เวลาทำข้อสอบ 10 นาที)

6.1) จงหา Inverse Fourier transform ของสัญญาณ (2 คะแนน)

ตอบ

6.2)สัญญาณ $x[n]$ เป็นสัญญาณแบบมีคาบหรือไม่ ถ้ามี ค่าความถี่มูลฐานมีค่าเป็นเท่าไร

(0.5 คะแนน)

ตอบ

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

ตอนที่ 2 มีข้อสอบ 3 ข้อ รวม 14 คะแนน

คำสั่ง – สำหรับทุกคำถามในตอนที่ 2 ให้หาคำตอบ โดยใช้ Property (ตาราง 4.1 และ 5.1) ในภาคผนวกเท่านั้น หากใช้วิธีอื่น จะถือเป็นคำตอบที่ผิด ถึงแม้คำตอบจะถูกต้อง

ตอนที่ 2	1	2	3	รวม

Fourier Transform pairs

$$x(t) = \begin{cases} 1, & |t| \le T_1 \\ 0, & |t| > T_1 \end{cases} \overset{F}{\leftrightarrow} 2\frac{sin(\omega T_1)}{\omega}$$

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

1. จงหา Fourier Transform ของสัญญาณ $x[n]$ โดยใช้ Property : accumulation และ property อื่นๆ ที่จำเป็น (6 คะแนน)

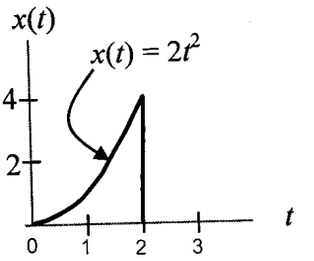
$$x[n] = u[n+2] - u[n-2] = x_1[n] + x_2[n]$$

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

2. จงหา Fourier transform ของสัญญาณ $x(t)$ ดังรูป (6 คะแนน)

กำหนดให้สัญญาณที่ $t = 0$ มีค่าเป็นศูนย์

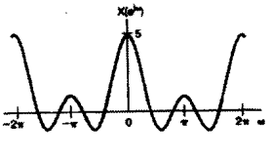


ตอบ _____

Student ID : Name : Section :

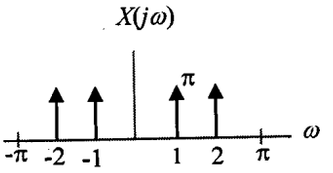
3. กำหนดสัญญาณใน frequency domain สำหรับช่วง $[-\pi,\pi]$ ดังรูปด้านล่าง จงให้เหตุผลว่าสัญญาณใน time domain ใดเป็นสัญญาณแบบมีคาบ(periodic signal) และสัญญาณไม่มีคาบ พร้อมบอกเหตุผล (2 คะแนน)

3.1)



ตอบ

3.2)



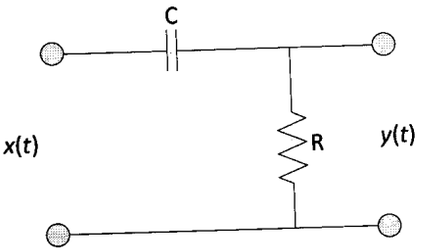
ตอบ

Student ID : Name : Section :

ตอนที่ 3 มีข้อสอบ 3 ข้อ รวม 15 คะแนน

คำถาม	1	2	3	รวม
ตอนที่ 3				

1. กำหนดให้ $y(t)$ คือสัญญาณเอาท์พุต และ $x(t)$ คือสัญญาณอินพุต ของวงจร RC ในรูปที่ 1 โดยกำหนดให้ค่าเริ่มต้นเป็นศูนย์ (8 คะแนน)



รูปที่ 1

เมื่อใช้ *KVL* สามารถเขียนสมการอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$x(t) = \frac{1}{RC}\int y(t)dt + y(t)$$

1.1) จงวาดรูป block diagram ของระบบ (1 คะแนน)

Student ID : Name : Section :

1.2) จงหา $H(j\omega)$ และ $h(t)$ (4 คะแนน)

ตอบ

1.3) plot $|H(j\omega)|$ พร้อมระบุขนาดในตำแหน่งที่สามารถระบุค่าได้ (2 คะแนน)

ตอบ

1.4) จากกราฟในข้อ 1.3 แสดงให้เห็นว่าวงจรนี้เป็น filter แบบใด (1 คะแนน)

ตอบ

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

(3 คะแนน)

2. จงหาค่าของ $y[n]$ เมื่อกำหนด

$$x[n] = \sin\tfrac{\pi}{6}n + \cos\tfrac{\pi}{4}n$$

และ

$$h[n] = \frac{\sin\frac{\pi}{3}n}{\pi n} + \frac{\sin\frac{\pi}{8}n}{\pi n}$$

(อธิบายวิธีการคิดอย่างละเอียดและสามารถวาดรูปประกอบได้)

จงหาผลการตอบสนองของระบบ $y[n]$ เมื่ออินพุต คือ

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

3. กำหนดให้ LTI system ซึ่งอธิบายโดย difference equation (5 คะแนน)

$$y[n] - (\tfrac{1}{2})y[n-1] = x[n] + (\tfrac{1}{2})x[n-1]$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1) จงหา frequency response ของระบบ $H(e^{j\omega})$ และ impulse response $h[n]$ (3 คะแนน)

ตอบ

3.2) จงหาผลการตอบสนองของระบบ $y[n]$ เมื่ออินพุตคือ (2 คะแนน)

$$x[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

ตอบ

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

Student ID : Name : Section :

สูตรที่จำเป็น

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, h[n-k]$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau) h(t-\tau) d\tau$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t}$$

$$x[n] = \sum_{k=\langle N \rangle} a_k e^{jk\omega_0 n}$$

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=\langle N \rangle} x[n] e^{-jk\omega_0 n}$$

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-s\tau} d\tau$$

$$H(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} h[k] z^{-k}$$

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$H\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{-\infty}^{\infty} h[n] e^{-j\omega n}$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X\left(e^{j\omega}\right) e^{j\omega n} d\omega$$

$$X\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j\omega n}$$

Student ID : Name : Section :

TABLE 4.1 PROPERTIES OF THE FOURIER TRANSFORM

Section	Property	Aperiodic signal	Fourier transform
		$x(t)$ $y(t)$	$X(j\omega)$ $Y(j\omega)$
4.3.1	Linearity	$ax(t) + by(t)$	$aX(j\omega) + bY(j\omega)$
4.3.2	Time Shifting	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0}X(j\omega)$
4.3.6	Frequency Shifting	$e^{j\omega_0 t}x(t)$	$X(j(\omega - \omega_0))$
4.3.3	Conjugation	$x^*(t)$	$X^*(-j\omega)$
4.3.5	Time Reversal	$x(-t)$	$X(-j\omega)$
4.3.5	Time and Frequency Scaling	$x(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}X\left(\frac{j\omega}{a}\right)$
4.4	Convolution	$x(t) * y(t)$	$X(j\omega)Y(j\omega)$
4.5	Multiplication	$x(t)y(t)$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\theta)Y(j(\omega - \theta))d\theta$
4.3.4	Differentiation in Time	$\frac{d}{dt}x(t)$	$j\omega X(j\omega)$
4.3.4	Integration	$\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$	$\frac{1}{j\omega}X(j\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$
4.3.6	Differentiation in Frequency	$tx(t)$	$j\frac{d}{d\omega}X(j\omega)$
4.3.3	Conjugate Symmetry for Real Signals	$x(t)$ real	$\begin{cases} X(j\omega) = X^*(-j\omega) \\ \mathcal{R}e\{X(j\omega)\} = \mathcal{R}e\{X(-j\omega)\} \\ \mathcal{I}m\{X(j\omega)\} = -\mathcal{I}m\{X(-j\omega)\} \\ \lvert X(j\omega)\rvert = \lvert X(-j\omega)\rvert \\ \measuredangle X(j\omega) = -\measuredangle X(-j\omega) \end{cases}$
4.3.3	Symmetry for Real and Even Signals	$x(t)$ real and even	$X(j\omega)$ real and even
4.3.3	Symmetry for Real and Odd Signals	$x(t)$ real and odd	$X(j\omega)$ purely imaginary and odd
4.3.3	Even-Odd Decomposition for Real Signals	$x_e(t) = \mathcal{E}v\{x(t)\}$ [$x(t)$ real] $x_o(t) = \mathcal{O}d\{x(t)\}$ [$x(t)$ real]	$\mathcal{R}e\{X(j\omega)\}$ $j\mathcal{I}m\{X(j\omega)\}$
4.3.7	Parseval's Relation for Aperiodic Signals	$\int_{-\infty}^{+\infty} \lvert x(t)\rvert^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \lvert X(j\omega)\rvert^2 d\omega$	

Student ID : Name : Section :

TABLE 5.1 PROPERTIES OF THE DISCRETE-TIME FOURIER TRANSFORM

Section	Property	Aperiodic Signal	Fourier Transform
		$x[n]$	$X(e^{j\omega})$ periodic with
		$y[n]$	$Y(e^{j\omega})$ period 2π
5.3.2	Linearity	$ax[n] + by[n]$	$aX(e^{j\omega}) + bY(e^{j\omega})$
5.3.3	Time Shifting	$x[n - n_0]$	$e^{-j\omega n_0}X(e^{j\omega})$
5.3.3	Frequency Shifting	$e^{j\omega_0 n}x[n]$	$X(e^{j(\omega-\omega_0)})$
5.3.4	Conjugation	$x^*[n]$	$X^*(e^{-j\omega})$
5.3.6	Time Reversal	$x[-n]$	$X(e^{-j\omega})$
5.3.7	Time Expansion	$x_{(k)}[n] = \begin{cases} x[n/k], & \text{if } n = \text{multiple of } k \\ 0, & \text{if } n \neq \text{multiple of } k \end{cases}$	$X(e^{jk\omega})$
5.4	Convolution	$x[n] * y[n]$	$X(e^{j\omega})Y(e^{j\omega})$
5.5	Multiplication	$x[n]y[n]$	$\frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X(e^{j\theta})Y(e^{j(\omega-\theta)})d\theta$
5.3.5	Differencing in Time	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{-j\omega})X(e^{j\omega})$
5.3.5	Accumulation	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\frac{1}{1 - e^{-j\omega}}X(e^{j\omega})$ $+\pi X(e^{j0})\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(\omega - 2\pi k)$
5.3.8	Differentiation in Frequency	$nx[n]$	$j\frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$
5.3.4	Conjugate Symmetry for Real Signals	$x[n]$ real	$\begin{cases} X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega}) \\ \Re e\{X(e^{j\omega})\} = \Re e\{X(e^{-j\omega})\} \\ \Im m\{X(e^{j\omega})\} = -\Im m\{X(e^{-j\omega})\} \\ \lvert X(e^{j\omega})\rvert = \lvert X(e^{-j\omega})\rvert \\ \measuredangle X(e^{j\omega}) = -\measuredangle X(e^{-j\omega}) \end{cases}$
5.3.4	Symmetry for Real, Even Signals	$x[n]$ real an even	$X(e^{j\omega})$ real and even
5.3.4	Symmetry for Real, Odd Signals	$x[n]$ real and odd	$X(e^{j\omega})$ purely imaginary and odd
5.3.4	Even-odd Decomposition of Real Signals	$x_e[n] = \mathcal{E}v\{x[n]\}$ $[x[n]$ real$]$ $x_o[n] = \mathcal{O}d\{x[n]\}$ $[x[n]$ real$]$	$\Re e\{X(e^{j\omega})\}$ $j\Im m\{X(e^{j\omega})\}$
5.3.9	Parseval's Relation for Aperiodic Signals	$\sum_{n=-\infty}^{+\infty}\lvert x[n]\rvert^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}\lvert X(e^{j\omega})\rvert^2 d\omega$	