มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา : 2555

วันที่ : 23 ธันวาคม 2555 เวลา : 9:00 – 12:00

วิชา : 241-306 Signal and Systems ห้อง : หัวหุ่นยนต์

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือ ปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต และพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

<u>คำสั่ง</u>

1. ข้อสอบมี 2 ตอน

   ตอนที่ 1 มี 4 ข้อ

   ตอนที่ 2 มี 3 ข้อ

   ตอนที่ 3 มี 2 ข้อ

   รวมทั้งหมด 10 หน้า (รวมปก) ให้นักศึกษาทำข้อสอบทุกตอน และทุกข้อ
2. ห้ามนำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ
3. <u>ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ</u>
4. แสดงวิธีทำและเขียนคำตอบให้ชัดเจน ถ้าอ่านไม่ออกถือว่าตอบผิด ไม่แสดงวิธีทำถือว่าตอบผิด
5. ข้อสอบแต่ละข้อคะแนนไม่เท่ากัน

รหัสนักศึกษา :_____ชื่อ:_____

คำถาม	1	2	3	4	**รวม**
ตอนที่ 1					
ตอนที่ 2					
ตอนที่ 3					

ตอนที่ 1

1) จงวาดรูปของสัญญาณต่อไปนี้พร้อมทั้งระบุ amplitude ของสัญญาณให้ครบถ้วน (3 คะแนน)

a. $x[n]=\left(\frac{1}{2}\right)^{-n}\{u[n+3]-u[n-3]\}$ (0.5 คะแนน)

b. $x[n]=\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}\{u[n+3]-u[n-10]\}$ (0.5 คะแนน)

c. $x(t)=\begin{cases} t+1, & 0\le t\le 1 \\ 2-t, & 1<t\le 2 \\ 0, & elsewhere \end{cases}$ (1 คะแนน)

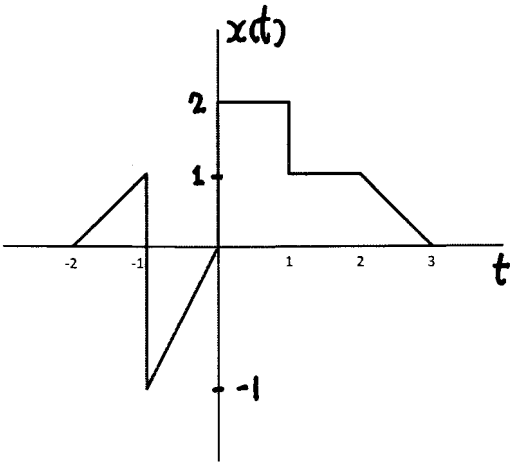
d. $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(t-2kT)$ (1 คะแนน)

2) จากสัญญาณที่กำหนดให้แต่ละข้อต่อไปนี้ พิจารณาว่าเป็นสัญญาณมีคาบหรือไม่ ถ้ามีคาบ (Period)ของสัญญาณมีค่าเป็นเท่าไร

a. $x[n] = \cos(\frac{\pi n}{4}) - 2\cos(\frac{\pi n}{2} + \frac{\pi}{6})$ (1 คะแนน)

b. $x(t) = [\cos(3t - \frac{\pi}{4})]^2$ (1 คะแนน)

3) กำหนดสัญญาณ $x(t)$ ดังรูปที่ 1.1 จงทำการ transformation สัญญาณด้วยสมการที่กำหนดให้



รูปที่ 1.1

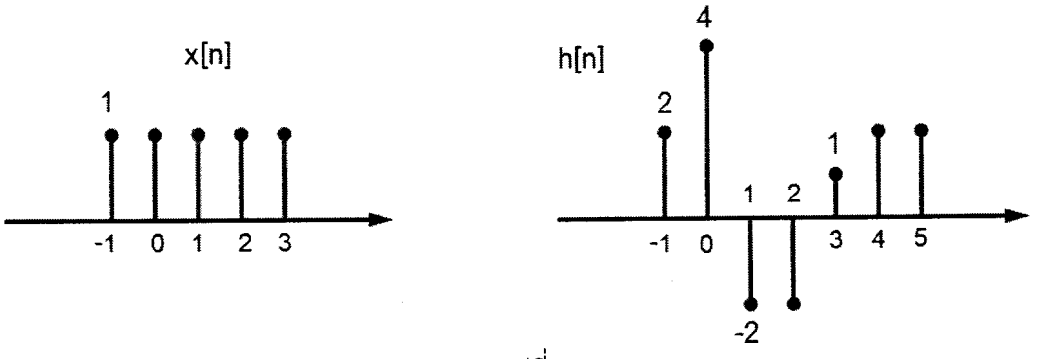
a. $y(t) = \frac{1}{2}x(1-2t)$ (2 คะแนน)

4) กำหนดให้ $y(t) = 2t^2 x(t+1)$ จงพิสูจน์ให้เห็นว่าระบบมีคุณสมบัติใดต่อไปนี้ Memoryless , Time invariance, Linear, Causal , stable (4 คะแนน)

ตอนที่ 2

1. จงหาผลตอบสนองของระบบเชิงเส้นชนิดไม่แปรเปลี่ยนตามเวลา (linear time-Invariant System) เมื่อกำหนดอินพุตเป็น $x[n]$ และผลตอบสนองอิมพัลส์ $h[n]$ ดังแสดงในรูปที่ 2.1

(5 คะแนน)



รูปที่ 2.1

2. กำหนดให้ $x(t) = u(t-1) - u(t-5)$

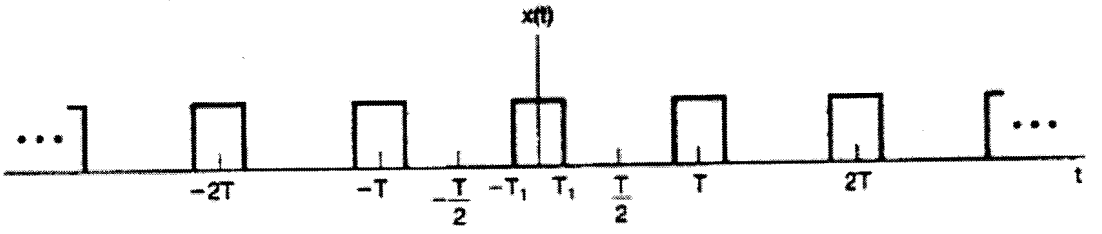
$$h(t) = e^{-3t}u(t-2)$$

จงวาดรูปเพื่อคำนวณหา $y(t) = x(t)*h(t)$ โดยแสดงสมการและช่วงเวลาที่ใช้ในการ integrate ให้ถูกต้อง (6 คะแนน)

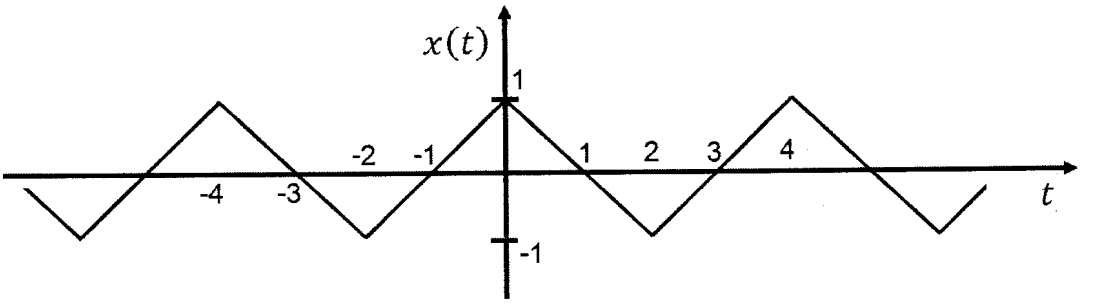
3. กำหนดให้สมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณอินพุต x[n] และสัญญาณเอาท์พุต y[n] ของระบบ causal LTI คือ $y[n]=\left(\frac{1}{2}\right)y[n-2]+x[n]$ จงคำนวณหา $y[n]$ เมื่อกำหนดให้ $x[n]=\delta[n-2]$ (3 คะแนน)

ตอนที่ 3

1. จงหา Fourier series ของสัญญาณต่อไปนี้(จัดให้อยู่ในรูป sin หรือ cos ถ้าสามารถจัดได้) โดยใช้การคำนวณจากสูตร a_k *(2 คะแนน)*



2. จงหา Fourier series coefficient ของสัญญาณต่อไปนี้ โดยระบุค่าคาบ และความถี่มูลฐานของสัญญาณให้ถูกต้อง (ใช้ properties) (5 คะแนน)



<u>สูตรที่จำเป็น</u>

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, h[n-k]$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}$$

$$x[n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{jk\omega_0 n}$$

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{k=\langle N\rangle} x[n]e^{jk\omega_0 n}$$

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-s\tau}d\tau$$

$$H(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} h[k]z^{-k}$$

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega\tau}dt$$

$$H\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n}$$

TABLE 3.1 PROPERTIES OF CONTINUOUS-TIME FOURIER SERIES

Property	Section	Periodic Signal	Fourier Series Coefficients
		$x(t)$, $y(t)$ Periodic with period T and fundamental frequency $\omega_0 = 2\pi/T$	a_k, b_k
Linearity	3.5.1	$Ax(t) + By(t)$	$Aa_k + Bb_k$
Time Shifting	3.5.2	$x(t - t_0)$	$a_k e^{-jk\omega_0 t_0} = a_k e^{-jk(2\pi/T)t_0}$
Frequency Shifting		$e^{jM\omega_0 t}x(t) = e^{jM(2\pi/T)t}x(t)$	a_{k-M}
Conjugation	3.5.6	$x^*(t)$	a^*_{-k}
Time Reversal	3.5.3	$x(-t)$	a_{-k}
Time Scaling	3.5.4	$x(\alpha t)$, $\alpha > 0$ (periodic with period T/α)	a_k
Periodic Convolution		$\int_T x(\tau)y(t - \tau)d\tau$	$Ta_k b_k$
Multiplication	3.5.5	$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} a_l b_{k-l}$
Differentiation		$\frac{dx(t)}{dt}$	$jk\omega_0 a_k = jk\frac{2\pi}{T}a_k$
Integration		$\int_{-\infty}^{t} x(t)\,dt$ (finite valued and periodic only if $a_0 = 0$)	$\left(\frac{1}{jk\omega_0}\right)a_k = \left(\frac{1}{jk(2\pi/T)}\right)a_k$
Conjugate Symmetry for Real Signals	3.5.6	$x(t)$ real	$a_k = a^*_{-k}$ $\mathcal{R}e\{a_k\} = \mathcal{R}e\{a_{-k}\}$ $\mathcal{I}m\{a_k\} = -\mathcal{I}m\{a_{-k}\}$ $\lvert a_k\rvert = \lvert a_{-k}\rvert$ $\measuredangle a_k = -\measuredangle a_{-k}$
Real and Even Signals	3.5.6	$x(t)$ real and even	a_k real and even
Real and Odd Signals	3.5.6	$x(t)$ real and odd	a_k purely imaginary and odd
Even-Odd Decomposition of Real Signals		$x_e(t) = \mathcal{E}v\{x(t)\}$ [$x(t)$ real] $x_o(t) = \mathcal{O}d\{x(t)\}$ [$x(t)$ real]	$\mathcal{R}e\{a_k\}$ $j\mathcal{I}m\{a_k\}$

Parseval's Relation for Periodic Signals

$$\frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |a_k|^2$$