มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 2 ประจำปีการศึกษา 2555
วันอังคารที่ 18 ธันวาคม พ.ศ. 2555 เวลา 0900 -- 1200
วิชา 213-322: Control Systems in Biomedical Engineering ห้อง R200
ผู้ออกข้อสอบ: อ.วฤทธิ์ วิชกูล

ข้อปฏิบัติ

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 5 ข้อ รวม 11 หน้า ทำทุกข้อ มีเวลา 3 ชั่วโมงในการทำข้อสอบ
2. **ไม่อนุญาต** ให้นำ note หรือ หนังสือเข้าห้องสอบ
3. อนุญาตให้นำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบได้
4. อนุญาตให้ใช้ปากกาหรือดินสอเขียนคำตอบได้
5. เขียนแสดงวิธีทำและระบุหน่วยให้ชัดเจน สามารถเขียนด้านหลังกระดาษได้

ชื่อ-นามสกุล	รหัสนักศึกษา

ข้อที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
1	10		
2	10		
3	25		
4	25		
5	30		
คะแนนรวม	100		

ตารางที่ 1: Laplace transform

#	$x(t)$	$X(s)$	note
1	$u(t)$	$\frac{1}{s}$	unit step
2	$t\,u(t)$	$\frac{1}{s^2}$	unit ramp
3	$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{s+a}$	$a > 0$
4	$e^{-at}\sin(\omega t)\,u(t)$	$\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}$	$a > 0$
5	$e^{-at}\cos(\omega t)\,u(t)$	$\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}$	$a > 0$

ตารางที่ 2: Laplace transform theorem

#	$x(t)$	$X(s)$	Description
1	$e^{-at}\,x(t)$	$X(s+a)$	Frequency shift
2	$x(t-T_0)$	$e^{-sT_0}X(s)$	Time shift
3	$x(at)$	$\frac{1}{a}X\left(\frac{s}{a}\right)$	Time scaling/Time dilation
4	$t^n x(t)$	$(-1)^n\frac{d^nX(s)}{ds^n}$	Time multiplication
5	$\frac{dx(t)}{dt}$	$sX(s)-x(0^-)$	Derivative
6	$\int_0^t x(\tau)d\tau$	$\frac{X(s)}{s}$	Integration

Underdamped second-order system

$$\text{Transfer function} : \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2},$$

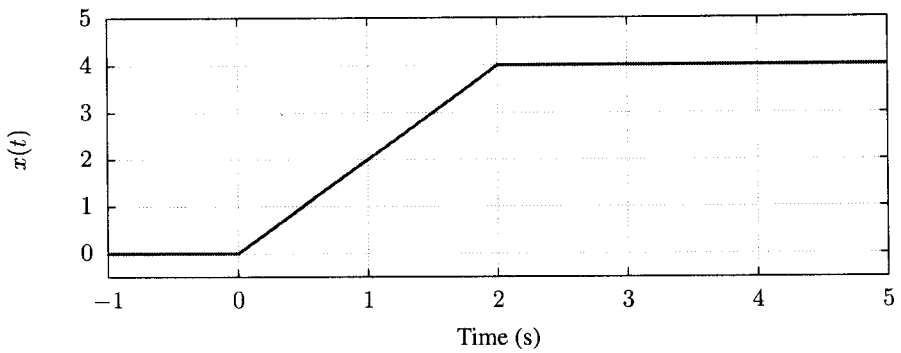
$$\text{Step response} : y(t) = \left(1 - \frac{e^{-\sigma_d t}}{\sqrt{1-\zeta^2}}\cos(\omega_d t-\phi)\right)u(t),\ \phi = \tan^{-1}\left(\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}\right),$$

$$\text{Peak time} : T_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{\omega_d},$$

$$\%\text{Overshoot} : \%\text{OS} = e^{-\left(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}\right)} \times 100,$$

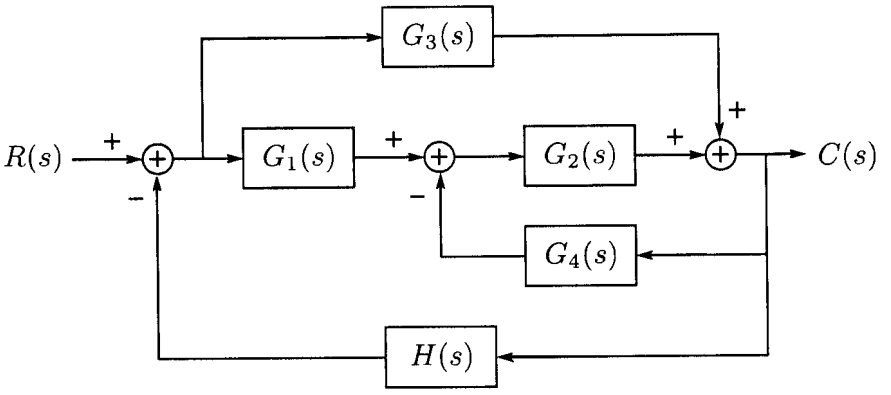
$$2\%\text{ Settling time} : T_s \approx \frac{-\ln(0.02\sqrt{1-\zeta^2})}{\zeta\omega_n} \approx \frac{4}{\zeta\omega_n}$$

Q-1) (10 คะแนน) จงหา Laplace transform ของสัญญาณ $x(t)$ ในรูปที่ 1



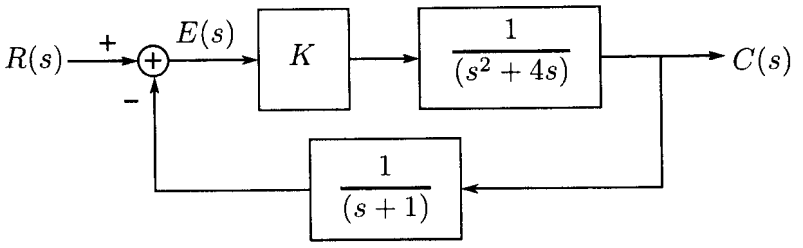
รูปที่ 1: สัญญาณ $x(t)$ สำหรับ Q-1

Q-2) (10 คะแนน) จงหา transfer function $T(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)}$ ของ block diagram ในรูปที่ 2



รูปที่ 2: Block diagram สำหรับ Q-2

Q-3) (25 คะแนน) กำหนดให้ block diagram ของระบบที่มี $R(s)$ เป็น input และ $C(s)$ เป็น output ค่ากำลังขยาย K เป็นจำนวนจริงบวก ($K > 0$) จงตอบคำถามต่อไปนี้



รูปที่ 3: Block diagram สำหรับ Q-3

(a) จงหา transfer function $T_1(s) = \dfrac{C(s)}{R(s)}$ ของ block diagram ในรูปที่ 3

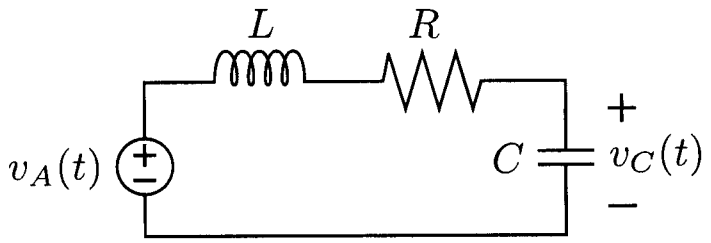
(b) จงหาช่วงของค่า K ที่ทำให้ระบบในรูปที่ 3 เป็นระบบที่เสถียร (stable)

(c) กำหนดให้ $E(s)$ เป็น Laplace transform ของสัญญาณ error และ ค่ากำลังขยาย $K = 10$ จงหา transfer function $T_2(s) = \dfrac{E(s)}{R(s)}$

(d) สมมุติให้ค่ากำลังขยาย $K = 10$ และ input $r(t) = 3u(t)$ จงคำนวนหาค่า steady-state error

(e) สมมุติให้ค่ากำลังขยาย $K = 10$ และ input $r(t) = 2tu(t)$ จงคำนวนหาค่า steady-state error

Q-4) (25 คะแนน) ระบบไฟฟ้าในรูปที่ 4 ประกอบไปด้วย ตัวเหนี่ยวนำ (L) ตัวต้านทาน (R) และตัวเก็บประจุ (C) ต่ออยู่กับแหล่งจ่ายแรงดัน $v_A(t)$ กำหนดให้แรงดันที่ตกคร่อมตัวเก็บประจุมีค่าเป็น $v_C(t)$ ก่อนที่แหล่งจ่ายแรงดันจะเริ่มจ่ายพลังงานให้กับระบบ ระบบนี้ไม่มีพลังงานเก็บสะสมอยู่ในระบบเลย จงตอบคำถามต่อไปนี้



รูปที่ 4: ระบบไฟฟ้าสำหรับ Q-4

(a) จงหา differential equation เพื่อหาความสัมพันธ์ของ output $v_C(t)$ และ input $v_A(t)$ ของระบบในรูปที่ 4

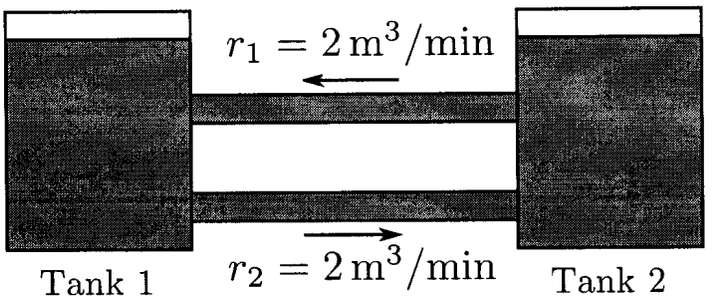
(b) จงหา transfer function $T(s) = \dfrac{V_C(s)}{V_A(s)}$ ของระบบในรูปที่ 4

(c) สมมุติให้ตัวเหนี่ยวนำ $L = 1\,\text{mH}$ ตัวเก็บประจุ $C = 1000\,\mu\text{F}$ ตัวต้านทาน $R = 1\,\Omega$ จงหาตำแหน่งของ pole, natural frequency (ω_n) และ damping factor (ζ) ของระบบ

(d) ใช้ค่าของอุปกรณ์ในข้อ **(c)** ถ้ากำหนดให้แหล่งจ่ายมีค่าเป็น $v_A(t) = 5u(t)$ แรงดัน $v_c(t)$ จะมีค่า %overshoot ประมาณเท่าใด และระบบใช้เวลาประมาณเท่าใดแรงดัน $v_c(t)$ จึงอยู่ภายใน 2% ของค่าที่ steady state

(e) ถ้าเปลี่ยนตัวต้านทาน R ให้มีค่ามากขึ้น โดยที่ตัวเหนี่ยวนำและตัวเก็บประจุยังมีค่าเหมือนเดิมตามในข้อ **(c)** และกำหนดให้แหล่งจ่ายมีค่าเป็น $v_A(t) = 5u(t)$ เหมือนเดิม %overshoot ของแรงดัน $v_c(t)$ จะมีค่าเปลี่ยนไปอย่างไรเมื่อเทียบกับคำตอบในข้อ **(d)** จงอธิบาย

Q-5) (30 คะแนน) โรงงานผสมสารเคมีแห่งหนึ่งมีกระบวนการผลิตสารโดยใช้การผสมสารละลายจากถังเก็บสองใบดังรูปที่ 5 ถังเก็บสารละลายทั้งสองถังมีความจุเท่ากับ $100\,\mathrm{m}^3$ โดยที่ระบบมีอัตราการถ่ายเทสารละลายจากถังที่หนึ่งไปยังถังที่สองมีค่าเท่ากับ $r_1 = 2\,\mathrm{m}^3/\mathrm{min}$ และมีอัตราการถ่ายเทสารละลายจากถังที่สองไปยังถังที่หนึ่งมีค่าเท่ากับ $r_2 = 2\,\mathrm{m}^3/\mathrm{min}$ เช่นเดียวกัน ในขณะที่ระบบทำงานสมมุติว่าสารละลายในแต่ละถังจะถูกกวนให้มีความเข้มข้นเท่ากันหมดอยู่ตลอดเวลา ก่อนเดินระบบถังที่หนึ่งจะมีสาร A ปริมาณ 100 kg ละลายอยู่ในน้ำเต็มถัง ในขณะที่ถังที่สองมีแต่น้ำบริสุทธิ์อยู่เต็มถัง จงตอบคำถามต่อไปนี้



รูปที่ 5: ระบบผสมสารเคมีสำหรับ Q-5

(a) จงเขียน differential equation ที่อธิบายการเปลี่ยนแปลงของปริมาณสาร A ในทั้งสองถัง

(b) จงหาปริมาณสาร A ในถังทั้งสองที่เวลาใดๆหลังเริ่มเดินระบบ

(c) จงหาปริมาณสาร A ในถังที่หนึ่งและถังที่สอง ถ้าโรงงานปล่อยให้ระบบทำงานเป็นเวลานานมาก

(d) จงประมาณเวลาที่โรงงานแห่งนี้ต้องเดินระบบจนกระทั่งปริมาณสาร A ในถังที่สองจะมีค่าต่างจากคำตอบในข้อ **(c)** ไม่เกิน 2%

(e) ถ้าก่อนเดินระบบปริมาณน้ำในถังที่สองมีเพียงแค่ $75\,m^3$ และในถังที่หนึ่ง ยังมีสาร A ปริมาณ 100 kg ละลายอยู่ในน้ำเต็มถังเหมือนเดิม จงหาปริมาณสาร A ในถังที่สองถ้าโรงงานปล่อยให้ระบบทำงานเป็นเวลานานมาก