

มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์  
คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบปลายภาค ประจำปีการศึกษา 2  
วันที่ 26 กุมภาพันธ์ 2556  
วิชา Intro to Theory of elastic stability  
รหัสวิชา 221-402

ปีการศึกษา 2555  
เวลา 13.30-16.30 น.  
ห้องสอบ Robot  
ผู้สอน ผศ.เอกรัฐ สมศรีรัฐกิจ

ชื่อ-สกุล.....

รหัส.....

คำชี้แจง

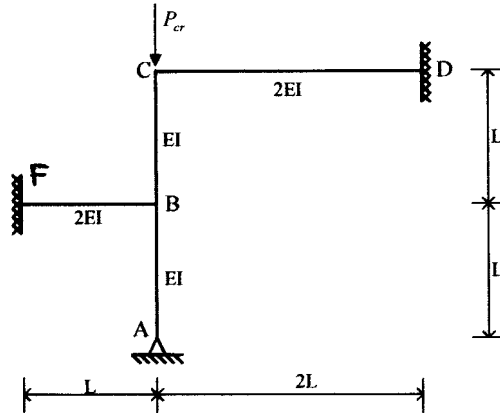
1. ข้อสอบทั้งหมดมี 5 ข้อ คะแนนรวม 100 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 6 หน้า (ไม่รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ) และห้ามแกะหรือฉีกข้อสอบออกจากเล่ม
3. ให้ทำหมดทุกข้อลงในกระดาษคำตอบ
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ ทูจริตจะได้ E
5. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด
6. ให้เขียนรหัสในสมุดคำถามทุกหน้า
7. กระดาษทดที่แจกให้ไม่ต้องส่งคืน ถ้าไม่พอขอเพิ่มที่อาจารย์คุมสอบ
8. ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

ตารางคะแนน

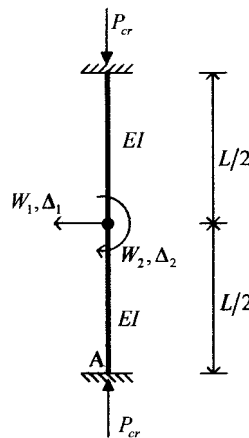
ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	20	
2	20	
3	20	
4	20	
5	20	
รวม	100	

ทูจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำ คือ พักการเรียน 1 ภาคการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่ทูจริต

ข้อที่ 1 จงวิเคราะห์แรงวิกฤต ( $P_{cr}$ ) ของโครงข้อแข็งดังแสดงในรูป โดยวิธีสมการความลาดชัน-การโก่งตัว (Slope Deflection Method)



ข้อที่ 2 จงวิเคราะห์แรงวิกฤต ( $P_{cr}$ ) ของเสารับแรงแนวแกนที่ปลายทั้งสองเป็นแบบยึดแน่น ดังแสดงในรูปโดยวิธีเมตริกซ์ กำหนดให้แบ่งเสาความยาว  $L$  ออกเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน



ข้อที่ 3 สมการที่ a เป็นสมการกำลังสามของแรงอัดตามแนวแกน ( $P$ ) ซึ่งรากของสมการคือแรงวิกฤตของชิ้นส่วนสำหรับกรณีที่มีหน้าตัดใดๆ ที่คำนึงผลของการบิดด้วย กรณีเสารูปหน้าตัดที่มีแกนสมมาตรสองแกน จะมีรูปแบบการวิบัติที่รูปแบบ และมีค่าแรงวิกฤตเท่าไร จงอธิบาย

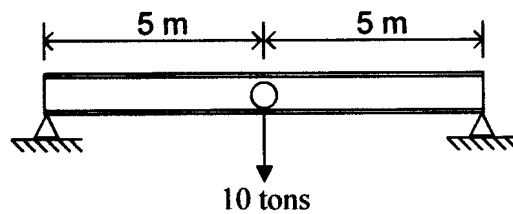
$$(P_y - P)(P_x - P)(P_\phi - P) - (P_y - P)\frac{P^2 x_0^2}{r_0^2} - (P_x - P)\frac{P^2 y_0^2}{r_0^2} = 0 \tag{a}$$

โดยที่ 
$$P_y = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \quad P_x = \frac{\pi^2 EI_x}{L^2} \quad P_\phi = \frac{1}{r_0^2} \left[ GJ + \frac{\pi^2 EC_w}{L^2} \right]$$

ข้อที่ 4 จงออกแบบ Crane โดยใช้เหล็กรูป WF (ตารางเหล็กท้ายข้อสอบ) มีแรงกระทำขนาด 10 tons กระทำที่กึ่งกลางคาน ดังแสดงในรูป โดยคำนึงเฉพาะผลของโมเมนต์ และผลของ Lateral Buckling เท่านั้น กำหนดให้มีส่วนปลอดภัยเท่ากับ 2 ในส่วนของ Lateral Buckling และหน่วยแรงดัดที่ยอมให้เท่ากับ  $0.6 F_y$  และถือว่าน้ำหนักของคานน้อยมาก กำหนดให้  $E = 2.1 \times 10^6 \text{ ksc}$  ,  $G = 0.8 \times 10^6 \text{ ksc}$  และ  $F_y = 2500 \text{ ksc}$

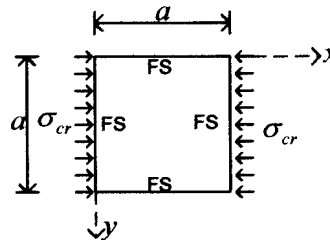
$$(\text{Lateral Buckling } , P_{cr} = \frac{4\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{3}{\pi^2 + 6} EI_y (GJ + EC_w \frac{\pi^2}{L^2})})$$

$$J = \frac{2bt_f^3 + ht_w^3}{3} \quad C_w = \frac{t_f h^2 b^3}{24}$$



ข้อที่ 5 วิเคราะห์หน่วยแรงวิกฤตประมาณโดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์ ของแผ่นบางที่มีความหนา  $h$  โดยมีการยึดรั้งที่ขอบทั้ง 4 ด้านเป็นแบบยึดแน่น (Fixed Supports) ดังแสดงในรูป กำหนดให้สมการการโก่งเดาะเริ่มต้นของแผ่นบางอยู่ในรูปสมการ

$$w(x, y) = A(1 - \cos \frac{2\pi x}{a})(1 - \cos \frac{2\pi y}{a})$$



กำหนดให้

$$U = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^a \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1 - \mu) \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy$$

$$V = -\frac{1}{2} \int_0^a \int_0^a \left( N_x \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + N_y \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2N_{xy} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) dx dy$$

Slope Deflection Equation

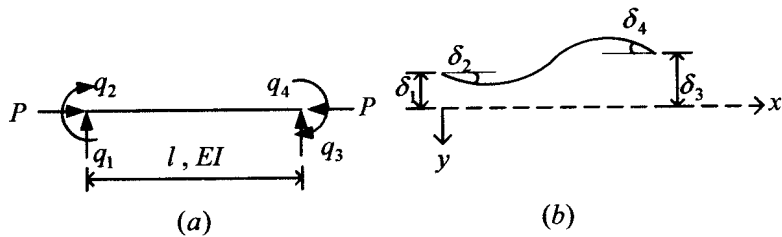
$$M_A = \frac{EI}{L} (\alpha_n \theta_A + \alpha_f \theta_B) - (\alpha_n + \alpha_f) \frac{\Delta}{L} + M_{AB}^F$$

$$M_B = \frac{EI}{L} (\alpha_f \theta_A + \alpha_n \theta_B) - (\alpha_n + \alpha_f) \frac{\Delta}{L} + M_{BA}^F$$

โดยที่  $\phi_n = \frac{1}{(kL)^2} (1 - kL \cot kL)$        $\phi_f = \frac{1}{(kL)^2} (kL \csc kL - 1)$

$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2} \quad \alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

Matrix Stiffness



$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2/l \\ q_3 \\ q_4/l \end{Bmatrix} = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6 & -12 & -6 \\ -6 & 4 & 6 & 2 \\ -12 & 6 & 12 & 6 \\ -6 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix} - \frac{P}{l} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & -\frac{1}{10} & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{2}{15} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{30} \\ -\frac{6}{5} & \frac{1}{10} & \frac{6}{5} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{10} & \frac{2}{15} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2/l \\ \delta_3 \\ \delta_4/l \end{Bmatrix}$$

$$[K] = [B]^T [k][B]$$

$$[\delta] = [B][\Delta]$$

ตารางที่ A สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน  
(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	$kL$	$\phi_n$	$\phi_f$	$\alpha_n$	$\alpha_f$	$\alpha_n + \alpha_f$	$\alpha_n - \frac{\alpha_f^2}{\alpha_n}$
3.9	6.2041	2.0611	-2.0674	-78.3349	78.5771	0.2422	0.4852
3.8	6.1241	1.0444	-1.0574	-38.1745	38.6503	0.4758	0.9575
3.7	6.0430	0.7030	-0.7230	-24.6852	25.3865	0.7013	1.4225
3.6	5.9608	0.5303	-0.5576	-17.8668	18.7860	0.9192	1.8857
3.5	5.8774	0.4250	-0.4600	-13.7190	14.8490	1.1301	2.3532
3.4	5.7928	0.3532	-0.3963	-10.9082	12.2425	1.3342	2.8316
3.3	5.7070	0.3004	-0.3523	-8.8629	10.3950	1.5321	3.3291
3.2	5.6199	0.2594	-0.3206	-7.2971	9.0212	1.7241	3.8556
3.1	5.5313	0.2260	-0.2974	-6.0519	7.9625	1.9105	4.4242
3.0	5.4414	0.1979	-0.2802	-5.0320	7.1236	2.0917	5.0528
2.9	5.3499	0.1734	-0.2676	-4.1765	6.4443	2.2678	5.7671
2.8	5.2569	0.1514	-0.2586	-3.4449	5.8842	2.4393	6.6059
2.7	5.1622	0.1310	-0.2526	-2.8091	5.4154	2.6063	7.6308
2.6	5.0657	0.1118	-0.2494	-2.2490	5.0180	2.7691	8.9475
2.5	4.9673	0.0930	-0.2486	-1.7499	4.6777	2.9278	10.7543
2.4	4.8669	0.0742	-0.2502	-1.3006	4.3833	3.0827	13.4723
2.3	4.7645	0.0550	-0.2542	-0.8926	4.1266	3.2340	18.1845
2.2	4.6597	0.0347	-0.2610	-0.5194	3.9012	3.3818	28.7813
2.1	4.5526	0.0128	-0.2707	-0.1757	3.7020	3.5263	77.8328
2.0	4.4429	-0.0115	-0.2842	0.1428	3.5248	3.6676	-86.8644
1.9	4.3304	-0.0394	-0.3022	0.4394	3.3665	3.8059	-25.3521
1.8	4.2149	-0.0726	-0.3263	0.7170	3.2244	3.9414	-13.7828
1.7	4.0961	-0.1133	-0.3588	0.9779	3.0962	4.0741	-8.8253
1.6	3.9738	-0.1658	-0.4036	1.2240	2.9801	4.2041	-6.0320
1.5	3.8476	-0.2372	-0.4681	1.4570	2.8747	4.3317	-4.2150

ตารางที่ A (ต่อ) สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน  
(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	$kL$	$\phi_n$	$\phi_f$	$\alpha_n$	$\alpha_f$	$\alpha_n + \alpha_f$	$\alpha_n - \frac{\alpha_f^2}{\alpha_n}$
1.4	3.7172	-0.3422	-0.5666	1.6782	2.7785	4.4568	-2.9221
1.3	3.5820	-0.5145	-0.7329	1.8889	2.6906	4.5795	-1.9437
1.2	3.4414	-0.8554	-1.0682	2.0901	2.6100	4.7001	-1.1690
1.1	3.2949	-1.8716	-2.0792	2.2827	2.5358	4.8185	-0.5343
1.0	3.1414	2026.5757	2026.3730	2.4676	2.4673	4.9349	0.0005
0.9	2.9802	2.1737	1.9757	2.6451	2.4041	5.0493	0.4600
0.8	2.8098	1.1595	0.9658	2.8161	2.3456	5.1617	0.8624
0.7	2.6283	0.8197	0.6300	2.9810	2.2912	5.2723	1.2200
0.6	2.4333	0.6487	0.4628	3.1404	2.2407	5.3811	1.5417
0.5	2.2212	0.5452	0.3630	3.2946	2.1936	5.4882	1.8341
0.4	1.9867	0.4757	0.2969	3.4440	2.1496	5.5937	2.1023
0.3	1.7204	0.4255	0.2500	3.5890	2.1085	5.6975	2.3503
0.2	1.4046	0.3874	0.2150	3.7298	2.0700	5.7999	2.5810
0.1	0.9930	0.3575	0.1881	3.8668	2.0339	5.9007	2.7970
0.0	0.0000	0.3333	0.1667	4.0000	2.0000	6.0000	3.0000

โดยที่

$$kL = L\sqrt{\frac{P}{EI}} = \pi\sqrt{\frac{PL^2}{\pi EI}} = \pi\sqrt{\frac{P}{P_{cr}}}$$

$$\phi_n = \frac{1}{(kL)^2}(1 - kL \cot kL)$$

$$\phi_f = \frac{1}{(kL)^2}(kL \csc kL - 1)$$

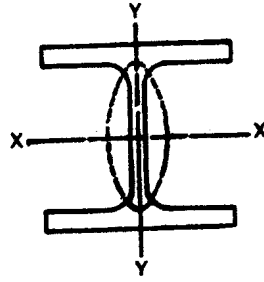
$$\alpha_n = \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

**ภาคผนวก ข (ต่อ)**



ขนาด	น้ำหนัก กก/ม.	A มม.	B มม.	ความหนา		ระยะ r มม.	d เนื้อที่ ซม. <sup>2</sup>	I <sub>x</sub> ซม. <sup>4</sup>	I <sub>y</sub> ซม. <sup>4</sup>	r <sub>x</sub> ซม.	r <sub>y</sub> ซม.	S <sub>x</sub> ซม. <sup>3</sup>	S <sub>y</sub> ซม. <sup>3</sup>
				t <sub>1</sub> มม.	t <sub>2</sub> มม.								
400 x 400	200	406	403	16	24	22	254.9	78,000	26,200	17.5	10.1	3,840	1,300
	197	400	406	21	21	22	250.7	70,900	23,800	16.8	9.75	3,540	1,170
	172	400	400	13	21	22	218.7	66,600	22,400	17.5	10.1	3,330	1,120
	168	394	405	18	18	22	214.4	59,700	20,000	16.7	9.65	3,030	985
	147	394	398	11	18	22	186.8	56,100	18,900	17.3	10.1	2,850	951
	140	388	402	15	15	22	178.5	49,000	16,300	16.6	9.54	2,520	809
400 x 300	107	390	300	10	16	22	136.0	38,700	7,210	16.9	7.28	1,980	481
	94.3	396	299	9	14	22	120.1	33,700	6,240	16.7	7.21	1,740	418
400 x 200	66.0	400	200	8	13	16	84.12	23,700	1,740	16.8	4.54	1,190	174
	56.6	396	199	7	11	16	72.16	20,000	1,450	16.7	4.48	1,010	145
350 x 350	159	356	352	14	22	20	202.0	47,600	16,000	15.3	8.90	2,670	909
	156	350	357	19	19	20	198.4	42,800	14,400	14.7	8.53	2,450	809
	137	350	350	12	19	20	173.9	40,300	13,600	15.2	8.84	2,300	776
	131	344	354	16	16	20	166.6	35,300	11,800	14.6	8.43	2,050	669
	115	344	348	10	16	20	146.0	33,300	11,200	15.1	8.78	1,940	646
	106	338	351	13	13	20	135.3	28,200	9,380	14.4	8.33	1,670	534
350 x 250	79.7	340	250	9	14	20	101.5	21,700	3,650	14.6	6.00	1,280	292
	69.2	336	249	8	12	20	88.15	18,500	3,090	14.5	5.92	1,100	248
350 x 175	49.6	350	175	7	11	14	63.14	13,600	984	14.7	3.95	775	112
	41.4	346	174	6	9	14	52.68	11,100	792	14.5	3.86	641	91.0
300 x 300	106	304	301	11	17	18	134.8	23,400	7,730	13.2	7.57	1,540	514
	106	300	305	15	15	18	134.8	21,500	7,100	12.6	7.26	1,440	466
	94.0	300	300	10	15	18	119.8	20,400	6,750	13.1	7.51	1,360	450
	87.0	296	299	9	14	18	110.8	18,800	6,240	13.0	7.51	1,270	417
	84.5	294	302	12	12	18	107.7	16,900	5,520	12.5	7.16	1,150	365
300 x 200	65.4	296	201	9	14	18	83.36	13,300	1,900	12.6	4.77	893	189
	56.8	294	200	8	12	18	72.38	11,300	1,600	12.5	4.71	771	160
300 x 150	36.7	300	150	6.5	9	13	46.78	7,210	508	12.4	3.29	481	67.7
	32.0	296	149	5.5	8	13	40.80	6,320	442	12.4	3.29	424	59.3