มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือ ปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต และพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

<u>คำสั่ง</u>

1. ข้อสอบมี 8 ข้อ 15 หน้า (ไม่รวมปก ไม่รวมกระดาษทด) ให้นักศึกษาทำข้อสอบทุกตอน
2. ห้ามนำเครื่องคิดเลขเข้าห้องสอบ
3. <u>ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ</u>
4. แสดงวิธีทำและเขียนคำตอบให้ชัดเจน ถ้าอ่านไม่ออกถือว่าตอบผิด
5. ข้อสอบแต่ละข้อคะแนนไม่เท่ากัน

รหัสนักศึกษา : _____ ชื่อ :_____ ตอน : _____

คำถาม	1	2	3	4	5	6	7	8	รวม
คะแนน									

1. จงหา Fourier series ของสัญญาณต่อไปนี้และจัดให้อยู่ในรูป sin หรือ cos (4 คะแนน)

   (โดยใช้การคำนวณจากสูตร a_k)

$$x[\,n\,]$$

ตอบ_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

2. กำหนดระบบ causal discrete-time LTI ซึ่งความสัมพันธ์ของอินพุต $x[n]$ และ เอาท์พุต $y[n]$ แสดงโดยสมการ

$$y[n] - 1/2y[n-1] = x[n]$$

จงหา Fourier series representation ของสัญญาณเอาท์พุต $y[n]$ เมื่อกำหนดให้สัญญาณอินพุต $x[n] = \sin((3\pi/5)n)$

(หา frequency response โดยใช้การใส่สัญญาณอินพุตเป็น basic signal)   (4 คะแนน)

ตอบ_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

3. จงหา Fourier Transform ของ $x(t)$ (ใช้สูตรในการคำนวณ)   (5 คะแนน)

ตอบ_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

4. กำหนดให้ $g(t) = x(t)\cos(t)$ และผลการแปลงฟูเรียร์ของ $g(t)$ คือ   (5 คะแนน)

$$G(j\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

จงหา $x(t)$ (อธิบายวิธีการคิดแสดงการคำนวณอย่างละเอียด)

ตอบ_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

5. กำหนดให้ $y(t)$ คือสัญญาณเอาท์พุต และ $x(t)$ คือสัญญาณอินพุต ของวงจร RC ในรูปที่ 1 โดยกำหนดให้ค่าเริ่มต้นเป็นศูนย์
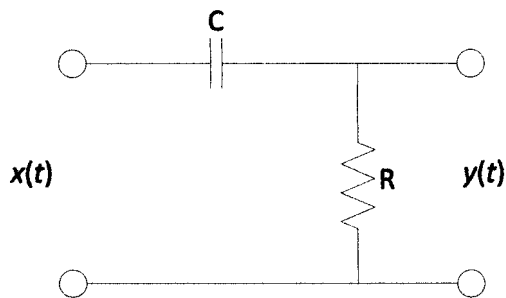
รูปที่ 1

เมื่อใช้ *KVL* สามารถเขียนสมการอนุพันธ์ได้ดังนี้

$$x(t) = \frac{1}{RC}\int y(t)dt + y(t)$$

5.1 จงหา $H(j\omega)$ และ h(t) (5 คะแนน)

ตอบ_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

5.2 plot $H(j\omega)$ พร้อมระบุขนาดในตำแหน่งที่สามารถระบุค่าได้ (2 คะแนน)

6. จงวาดรูปสัญญาณ $y_1(t)$, $y_2(t)$, $y_3(t)$, $y(t)$ เมื่อ $x(t) = u(t)$ (3 คะแนน)

ตอบ

7. จงหา Discrete-Time Fourier Transform (DTFT) ของสัญญาณต่อไปนี้   (10 คะแนน)

7.1 $g[n] = \left(\dfrac{\sin \frac{\pi}{4} n}{\pi n} \right)^2$ (ใช้ properties)   (5 คะแนน)

ตอบ_____

7.2   (ใช้สูตรการแปลงฟูเรียร์และจัดให้อยู่ในรูป sin หรือ cos)   (5 คะแนน)

$$x[n] = \begin{cases} 2, & 0 \leq n \leq 4 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

8. กำหนดให้ LTI system ซึ่งอธิบายโดย difference equation   (10 คะแนน)

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = x[n] + \frac{1}{2}x[n-1]$$

จงตอบคำถามต่อไปนี้

8.1 จงหา frequency response ของระบบ $H(e^{j\omega})$ และ impulse response h[n]   (4 คะแนน)

ตอบ_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

8.2 จงหาผลการตอบสนองของระบบ y[n] เมื่ออินพุตคือ   (2 คะแนน)

$$x[n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

ตอบ_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

8.3 จงหาผลการตอบสนองของระบบ y[n] เมื่ออินพุทคือ   (4 คะแนน)

$$X(e^{j\omega}) = \frac{1 + \frac{1}{5}e^{-j\omega}}{1 + \frac{1}{2}e^{-j\omega}}$$

ตอบ_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

_____

<u>สูตรที่จำเป็น</u>

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\,h[n-k]$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$$

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}$$

$$x[n] = \sum_{k=(N)} a_k e^{jk\omega_0 n}$$

$$a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=(N)} x[n]e^{-jk\omega_0 n}$$

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-s\tau}d\tau$$

$$H(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} h[k]z^{-k}$$

$$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n}$$

TABLE 3.1 PROPERTIES OF CONTINUOUS-TIME FOURIER SERIES

Property	Section	Periodic Signal	Fourier Series Coefficients
		$x(t)$ Periodic with period T and $y(t)$ fundamental frequency $\omega_0 = 2\pi/T$	a_k b_k
Linearity	3.5.1	$Ax(t) + By(t)$	$Aa_k + Bb_k$
Time Shifting	3.5.2	$x(t - t_0)$	$a_k e^{-jk\omega_0 t_0} = a_k e^{-jk(2\pi/T)t_0}$
Frequency Shifting		$e^{jM\omega_0 t}x(t) = e^{jM(2\pi/T)t}x(t)$	a_{k-M}
Conjugation	3.5.6	$x^*(t)$	a^*_{-k}
Time Reversal	3.5.3	$x(-t)$	a_{-k}
Time Scaling	3.5.4	$x(at), a > 0$ (periodic with period T/a)	a_k
Periodic Convolution		$\int_T x(\tau)y(t-\tau)d\tau$	$Ta_k b_k$
Multiplication	3.5.5	$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{\infty} a_l b_{k-l}$
Differentiation		$\dfrac{dx(t)}{dt}$	$jk\omega_0 a_k = jk\dfrac{2\pi}{T}a_k$
Integration		$\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$ (finite valued and periodic only if $a_0 = 0$)	$\left(\dfrac{1}{jk\omega_0}\right)a_k = \left(\dfrac{1}{jk(2\pi/T)}\right)a_k$
Conjugate Symmetry for Real Signals	3.5.6	$x(t)$ real	$\begin{cases} a_k = a^*_{-k} \\ \mathcal{R}e\{a_k\} = \mathcal{R}e\{a_{-k}\} \\ \mathcal{I}m\{a_k\} = -\mathcal{I}m\{a_{-k}\} \\ |a_k| = |a_{-k}| \\ \angle a_k = -\angle a_{-k} \end{cases}$
Real and Even Signals	3.5.6	$x(t)$ real and even	a_k real and even
Real and Odd Signals	3.5.6	$x(t)$ real and odd	a_k purely imaginary and odd
Even-Odd Decomposition of Real Signals		$\begin{cases} x_e(t) = \mathcal{E}v\{x(t)\} & [x(t)\text{ real}] \\ x_o(t) = \mathcal{O}d\{x(t)\} & [x(t)\text{ real}] \end{cases}$	$\mathcal{R}e\{a_k\}$ $j\mathcal{I}m\{a_k\}$

Parseval's Relation for Periodic Signals

$$\frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_k|^2$$

TABLE 3.2 PROPERTIES OF DISCRETE-TIME FOURIER SERIES

Property	Periodic Signal	Fourier Series Coefficients
	$x[n]$ ⎱ Periodic with period N and $y[n]$ ⎰ fundamental frequency $\omega_0 = 2\pi/N$	a_k ⎱ Periodic with b_k ⎰ period N
Linearity	$Ax[n] + By[n]$	$Aa_k + Bb_k$
Time Shifting	$x[n - n_0]$	$a_k e^{-jk(2\pi/N)n_0}$
Frequency Shifting	$e^{jM(2\pi/N)n} x[n]$	a_{k-M}
Conjugation	$x^*[n]$	a^*_{-k}
Time Reversal	$x[-n]$	a_{-k}
Time Scaling	$x_{(m)}[n] = \begin{cases} x[n/m], & \text{if } n \text{ is a multiple of } m \\ 0, & \text{if } n \text{ is not a multiple of } m \end{cases}$ (periodic with period mN)	$\dfrac{1}{m}a_k \begin{pmatrix} \text{viewed as periodic} \\ \text{with period } mN \end{pmatrix}$
Periodic Convolution	$\displaystyle\sum_{r=\langle N\rangle} x[r]y[n-r]$	$Na_k b_k$
Multiplication	$x[n]y[n]$	$\displaystyle\sum_{l=\langle N\rangle} a_l b_{k-l}$
First Difference	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{-jk(2\pi/N)})a_k$
Running Sum	$\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{n} x[k] \begin{pmatrix} \text{finite valued and periodic only} \\ \text{if } a_0 = 0 \end{pmatrix}$	$\left(\dfrac{1}{(1 - e^{-jk(2\pi/N)})}\right)a_k$
Conjugate Symmetry for Real Signals	$x[n]$ real	$\begin{cases} a_k = a^*_{-k} \\ \mathfrak{Re}\{a_k\} = \mathfrak{Re}\{a_{-k}\} \\ \mathfrak{Im}\{a_k\} = -\mathfrak{Im}\{a_{-k}\} \\ |a_k| = |a_{-k}| \\ \sphericalangle a_k = -\sphericalangle a_{-k} \end{cases}$
Real and Even Signals	$x[n]$ real and even	a_k real and even
Real and Odd Signals	$x[n]$ real and odd	a_k purely imaginary and odd
Even-Odd Decomposition of Real Signals	$\begin{cases} x_e[n] = \mathcal{E}v\{x[n]\} & [x[n] \text{ real}] \\ x_o[n] = \mathcal{O}d\{x[n]\} & [x[n] \text{ real}] \end{cases}$	$\mathfrak{Re}\{a_k\}$ $j\mathfrak{Im}\{a_k\}$

<div align="center">

Parseval's Relation for Periodic Signals

$$\frac{1}{N}\sum_{n=\langle N\rangle} |x[n]|^2 = \sum_{k=\langle N\rangle} |a_k|^2$$

</div>

TABLE 4.1   PROPERTIES OF THE FOURIER TRANSFORM

Section	Property	Aperiodic signal	Fourier transform
		$x(t)$	$X(j\omega)$
		$y(t)$	$Y(j\omega)$
4.3.1	Linearity	$ax(t) + by(t)$	$aX(j\omega) + bY(j\omega)$
4.3.2	Time Shifting	$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0}X(j\omega)$
4.3.6	Frequency Shifting	$e^{j\omega_0 t}x(t)$	$X(j(\omega - \omega_0))$
4.3.3	Conjugation	$x^*(t)$	$X^*(-j\omega)$
4.3.5	Time Reversal	$x(-t)$	$X(-j\omega)$
4.3.5	Time and Frequency Scaling	$x(at)$	$\dfrac{1}{\|a\|}X\left(\dfrac{j\omega}{a}\right)$
4.4	Convolution	$x(t) * y(t)$	$X(j\omega)Y(j\omega)$
4.5	Multiplication	$x(t)y(t)$	$\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\theta)Y(j(\omega - \theta))d\theta$
4.3.4	Differentiation in Time	$\dfrac{d}{dt}x(t)$	$j\omega X(j\omega)$
4.3.4	Integration	$\displaystyle\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$	$\dfrac{1}{j\omega}X(j\omega) + \pi X(0)\delta(\omega)$
4.3.6	Differentiation in Frequency	$tx(t)$	$j\dfrac{d}{d\omega}X(j\omega)$
4.3.3	Conjugate Symmetry for Real Signals	$x(t)$ real	$\begin{cases} X(j\omega) = X^*(-j\omega) \\ \mathfrak{Re}\{X(j\omega)\} = \mathfrak{Re}\{X(-j\omega)\} \\ \mathfrak{Im}\{X(j\omega)\} = -\mathfrak{Im}\{X(-j\omega)\} \\ \|X(j\omega)\| = \|X(-j\omega)\| \\ \sphericalangle X(j\omega) = -\sphericalangle X(-j\omega) \end{cases}$
4.3.3	Symmetry for Real and Even Signals	$x(t)$ real and even	$X(j\omega)$ real and even
4.3.3	Symmetry for Real and Odd Signals	$x(t)$ real and odd	$X(j\omega)$ purely imaginary and odd
4.3.3	Even-Odd Decomposition for Real Signals	$x_e(t) = \mathcal{E}v\{x(t)\}$ $[x(t)$ real$]$ $x_o(t) = \mathcal{O}d\{x(t)\}$ $[x(t)$ real$]$	$\mathfrak{Re}\{X(j\omega)\}$ $j\mathfrak{Im}\{X(j\omega)\}$

4.3.7   Parseval's Relation for Aperiodic Signals

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega$$

TABLE 5.1   PROPERTIES OF THE DISCRETE-TIME FOURIER TRANSFORM

Section	Property	Aperiodic Signal	Fourier Transform
		$x[n]$	$X(e^{j\omega})$ } periodic with
		$y[n]$	$Y(e^{j\omega})$ } period 2π
5.3.2	Linearity	$ax[n] + by[n]$	$aX(e^{j\omega}) + bY(e^{j\omega})$
5.3.3	Time Shifting	$x[n - n_0]$	$e^{-j\omega n_0}X(e^{j\omega})$
5.3.3	Frequency Shifting	$e^{j\omega_0 n}x[n]$	$X(e^{j(\omega - \omega_0)})$
5.3.4	Conjugation	$x^*[n]$	$X^*(e^{-j\omega})$
5.3.6	Time Reversal	$x[-n]$	$X(e^{-j\omega})$
5.3.7	Time Expansion	$x_{(k)}[n] = \begin{cases} x[n/k], & \text{if } n = \text{multiple of } k \\ 0, & \text{if } n \neq \text{multiple of } k \end{cases}$	$X(e^{jk\omega})$
5.4	Convolution	$x[n] * y[n]$	$X(e^{j\omega})Y(e^{j\omega})$
5.5	Multiplication	$x[n]y[n]$	$\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{2\pi} X(e^{j\theta})Y(e^{j(\omega-\theta)})d\theta$
5.3.5	Differencing in Time	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{-j\omega})X(e^{j\omega})$
5.3.5	Accumulation	$\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{n} x[k]$	$\dfrac{1}{1 - e^{-j\omega}}X(e^{j\omega})$ $+ \pi X(e^{j0}) \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - 2\pi k)$
5.3.8	Differentiation in Frequency	$nx[n]$	$j\dfrac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$
5.3.4	Conjugate Symmetry for Real Signals	$x[n]$ real	$\begin{cases} X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega}) \\ \mathcal{Re}\{X(e^{j\omega})\} = \mathcal{Re}\{X(e^{-j\omega})\} \\ \mathcal{Im}\{X(e^{j\omega})\} = -\mathcal{Im}\{X(e^{-j\omega})\} \\ |X(e^{j\omega})| = |X(e^{-j\omega})| \\ \sphericalangle X(e^{j\omega}) = -\sphericalangle X(e^{-j\omega}) \end{cases}$
5.3.4	Symmetry for Real, Even Signals	$x[n]$ real an even	$X(e^{j\omega})$ real and even
5.3.4	Symmetry for Real, Odd Signals	$x[n]$ real and odd	$X(e^{j\omega})$ purely imaginary and odd
5.3.4	Even-odd Decomposition of Real Signals	$x_e[n] = \mathcal{Ev}\{x[n]\}$ [$x[n]$ real] $x_o[n] = \mathcal{Od}\{x[n]\}$ [$x[n]$ real]	$\mathcal{Re}\{X(e^{j\omega})\}$ $j\mathcal{Im}\{X(e^{j\omega})\}$
5.3.9	Parseval's Relation for Aperiodic Signals		

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} |X(e^{j\omega})|^2 d\omega$$

- 13 -

TABLE 4.2 BASIC FOURIER TRANSFORM PAIRS

Signal	Fourier transform	Fourier series coefficients (if periodic)
$\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$	$\displaystyle 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta(\omega - k\omega_0)$	a_k
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$	$a_1 = 1$ $a_k = 0,$ otherwise
$\cos\omega_0 t$	$\pi[\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$	$a_1 = a_{-1} = \frac{1}{2}$ $a_k = 0,$ otherwise
$\sin\omega_0 t$	$\dfrac{\pi}{j}[\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$	$a_1 = -a_{-1} = \frac{1}{2j}$ $a_k = 0,$ otherwise
$x(t) = 1$	$2\pi\,\delta(\omega)$	$a_0 = 1,\quad a_k = 0,\ k\neq 0$ (this is the Fourier series representation for any choice of $T > 0$)
Periodic square wave $x(t) = \begin{cases} 1, & \|t\| < T_1 \\ 0, & T_1 < \|t\| \le \frac{T}{2} \end{cases}$ and $x(t + T) = x(t)$	$\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{2\sin k\omega_0 T_1}{k}\,\delta(\omega - k\omega_0)$	$\dfrac{\omega_0 T_1}{\pi}\,\mathrm{sinc}\left(\dfrac{k\omega_0 T_1}{\pi}\right) = \dfrac{\sin k\omega_0 T_1}{k\pi}$
$\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$	$\dfrac{2\pi}{T}\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\omega - \dfrac{2\pi k}{T}\right)$	$a_k = \dfrac{1}{T}$ for all k
$x(t)\begin{cases} 1, & \|t\| < T_1 \\ 0, & \|t\| > T_1 \end{cases}$	$\dfrac{2\sin\omega T_1}{\omega}$	—
$\dfrac{\sin Wt}{\pi t}$	$X(j\omega) = \begin{cases} 1, & \|\omega\| < W \\ 0, & \|\omega\| > W \end{cases}$	—
$\delta(t)$	1	—
$u(t)$	$\dfrac{1}{j\omega} + \pi\,\delta(\omega)$	—
$\delta(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$	—
$e^{-at}u(t),\ \Re e\{a\} > 0$	$\dfrac{1}{a + j\omega}$	—
$te^{-at}u(t),\ \Re e\{a\} > 0$	$\dfrac{1}{(a + j\omega)^2}$	—
$\dfrac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(t),$ $\Re e\{a\} > 0$	$\dfrac{1}{(a + j\omega)^n}$	—

TABLE 5.2 BASIC DISCRETE-TIME FOURIER TRANSFORM PAIRS

Signal	Fourier Transform	Fourier Series Coefficients (if periodic)
$\displaystyle\sum_{k=(N)} a_k e^{jk(2\pi/N)n}$	$\displaystyle 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	a_k
$e^{j\omega_0 n}$	$\displaystyle 2\pi \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - \omega_0 - 2\pi l)$	(a) $\omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $a_k = \begin{cases} 1, & k = m, m \pm N, m \pm 2N, \ldots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ (b) $\frac{\omega_0}{2\pi}$ irrational $\Rightarrow$ The signal is aperiodic
$\cos \omega_0 n$	$\displaystyle \pi \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \{\delta(\omega - \omega_0 - 2\pi l) + \delta(\omega + \omega_0 - 2\pi l)\}$	(a) $\omega_0 = \frac{2\pi m}{N}$ $a_k = \begin{cases} \frac{1}{2}, & k = \pm m, \pm m \pm N, \pm m \pm 2N, \ldots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ (b) $\frac{\omega_0}{2\pi}$ irrational $\Rightarrow$ The signal is aperiodic
$\sin \omega_0 n$	$\displaystyle \frac{\pi}{j} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \{\delta(\omega - \omega_0 - 2\pi l) - \delta(\omega + \omega_0 - 2\pi l)\}$	(a) $\omega_0 = \frac{2\pi r}{N}$ $a_k = \begin{cases} \frac{1}{2j}, & k = r, r \pm N, r \pm 2N, \ldots \\ -\frac{1}{2j}, & k = -r, -r \pm N, -r \pm 2N, \ldots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ (b) $\frac{\omega_0}{2\pi}$ irrational $\Rightarrow$ The signal is aperiodic
$x[n] = 1$	$\displaystyle 2\pi \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - 2\pi l)$	$a_k = \begin{cases} 1, & k = 0, \pm N, \pm 2N, \ldots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$
Periodic square wave $x[n] = \begin{cases} 1, & \lvert n \rvert \le N_1 \\ 0, & N_1 < \lvert n \rvert \le N/2 \end{cases}$ and $x[n + N] = x[n]$	$\displaystyle 2\pi \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	$a_k = \dfrac{\sin[(2\pi k/N)(N_1 + \frac{1}{2})]}{N \sin[2\pi k/2N]}, \; k \neq 0, \pm N, \pm 2N, \ldots$ $a_k = \dfrac{2N_1 + 1}{N}, \; k = 0, \pm N, \pm 2N, \ldots$
$\displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[n - kN]$	$\displaystyle \frac{2\pi}{N} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{N}\right)$	$a_k = \dfrac{1}{N}$ for all k
$a^n u[n], \quad \lvert a \rvert < 1$	$\dfrac{1}{1 - ae^{-j\omega}}$	—
$x[n] = \begin{cases} 1, & \lvert n \rvert \le N_1 \\ 0, & \lvert n \rvert > N_1 \end{cases}$	$\dfrac{\sin[\omega(N_1 + \frac{1}{2})]}{\sin(\omega/2)}$	—
$\dfrac{\sin Wn}{\pi n} = \dfrac{W}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\dfrac{Wn}{\pi}\right)$ $0 < W < \pi$	$X(\omega) = \begin{cases} 1, & 0 \le \lvert \omega \rvert \le W \\ 0, & W < \lvert \omega \rvert \le \pi \end{cases}$ $X(\omega)$ periodic with period 2π	—
$\delta[n]$	1	—
$u[n]$	$\dfrac{1}{1 - e^{-j\omega}} + \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \pi\delta(\omega - 2\pi k)$	—
$\delta[n - n_0]$	$e^{-j\omega n_0}$	—
$(n + 1)a^n u[n], \quad \lvert a \rvert < 1$	$\dfrac{1}{(1 - ae^{-j\omega})^2}$	—
$\dfrac{(n + r - 1)!}{n!(r - 1)!} a^n u[n], \quad \lvert a \rvert < 1$	$\dfrac{1}{(1 - ae^{-j\omega})^r}$	—