

ตอนที่ 1 : มีข้อสอบ 5 ข้อ (ข้อ 1 - ข้อ 5) ทั้งหมด 25 คะแนน

1. กำหนดให้ $\begin{vmatrix} a & 4 & 1 \\ 6 & b & -3 \\ 2 & 9 & c \end{vmatrix} = 120$ จงใช้ข้อมูลนี้ในการหาค่า Determinants ด้านล่าง (5 คะแนน)

1.1)

$$\begin{vmatrix} a & 4 & 1 \\ 2 & 9 & c \\ 6 & b & -3 \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

1.2)

$$\begin{vmatrix} 2a & 8 & 2 \\ 6 & b & -3 \\ 2 & 9 & c \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

1.3)

$$\begin{vmatrix} a & 4 & 1 \\ 6 & b & -3 \\ 8 & b+9 & c-3 \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

1.4)

$$\begin{vmatrix} a & 6 & 2 \\ 4 & b & 9 \\ 1 & -3 & c \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

1.5)

$$\begin{vmatrix} a & 4 & 1 \\ 6 & b & -3 \\ 6 & b & -3 \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

1.6)

$$\begin{vmatrix} a & 4 & 1 \\ 6 & b & -3 \\ 12 & 2b & -6 \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

1.7)

$$\begin{vmatrix} a & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 9 & c \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

1.8)

$$\begin{vmatrix} 2a & 8 & 2 \\ 12 & 2b & -6 \\ 4 & 18 & 2c \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

1.9)

$$\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 6 & b & 0 \\ 2 & 9 & c \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

1.10)

$$\begin{vmatrix} a & 4 & 1 \\ 0 & b & -3 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

2.2) จงหา $\det(A)$ โดยใช้วิธี Cofactor Expansions (3 คะแนน)

ตอบ _____

3. จงเขียนค่าต่อไปนี้ให้อยู่ในรูป polar form

3.1)
$$\frac{8e^{i(-\frac{\pi}{6})} \times 8e^{i(\frac{\pi}{2})}}{-\sqrt{18} + \sqrt{6}i}$$
 (2 คะแนน)

ตอบ _____

3.2)
$$\frac{(240 + 9i) - (250 - i)}{(2 - i)(5 + i)}$$

(2 คะแนน)

ตอบ _____

4. จงวาดรูปของเซตของข้อมูลต่อไปนี้

4.1) $|z + 23i - 22i| + 15 < 18$

(1 คะแนน)

ตอบ _____

4.2) $|z - 4i| \leq |z + 1|$ (3 คะแนน)

ตอบ _____

4.3) เซ็ตในข้อ 4.1 เป็น open set หรือ closed set หรือไม่ใช้ทั้งคู่ (0.5 คะแนน)

ตอบ _____

4.4) เซ็ตในข้อ 4.2 เป็น open set หรือ closed set หรือไม่ใช้ทั้งคู่ (0.5 คะแนน)

ตอบ _____

4.5) จงหาเซ็ตของ Boundary Points ในข้อ 4.2 (1 คะแนน)

ตอบ _____

4.6) จงหาเซ็ตของ Limit Points ในข้อ 4.2 (1 คะแนน)

ตอบ _____

5. กำหนดให้ $f(z) = 4z^2 + 20$ และ $z = x + iy$ จงพิสูจน์ว่า $f'(z)$ หาค่าได้โดยใช้ Cauchy-Riemann Equations

5.1) พิสูจน์ว่า $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

5.2) พิสูจน์ว่า $\frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial u}{\partial y}$ (1 คะแนน)

ตอบ _____

ตอนที่ 2 : มีข้อสอบ 4 ข้อ (ข้อ 6 - ข้อ 9)

6. จงเติมค่าต่างๆลงในช่องว่างต่อไปนี้เพื่อให้นิยามหรือประโยคเป็นจริง (5 คะแนน)

- 6.1) Orthogonal Matrix = I_n
- 6.2) Unitary Matrix = I_n
- 6.3) Symmetric Matrix = A^t
- 6.4) Hermitian Matrix = A^t
- 6.5) Skew-Hermitian Matrix = $-A^t$

6.6)
$$\begin{pmatrix} 0 & 20i & 5i \\ 20i & 0 & 2i \\ 5i & 2i & 0 \end{pmatrix}$$
 เป็นเมตริกซ์แบบ _____

6.7)
$$\begin{pmatrix} 14 & 3i & 7-2i \\ -3i & 0 & -12+i \\ 7+2i & -12-i & 6 \end{pmatrix}$$
 เป็นเมตริกซ์แบบ _____

6.8)
$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & i/2 & 0 \\ -i/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 เป็นเมตริกซ์แบบ _____

6.9)
$$\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
 เป็นเมตริกซ์แบบ _____

6.10) เมตริกซ์สมมาตร A ที่ทำให้สมการ Quadratic Form $2x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_2^2$ อยู่ในรูป X^tAX คือ เมตริกซ์ข้อใดต่อไปนี้

A) $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

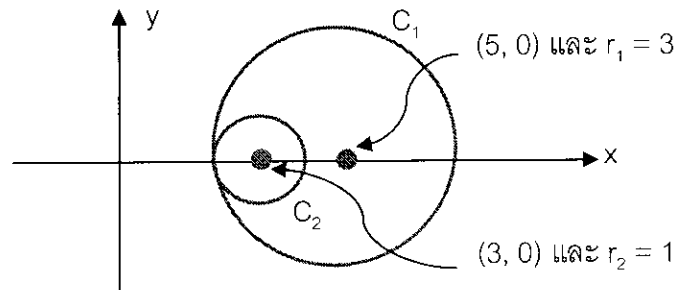
B) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

ตอบ ข้อ _____

7. กำหนดให้วงกลม Gerschgorin มีจุดศูนย์กลางและรัศมีดังรูป (2 คะแนน)



7.1) จงหาเมตริกซ์ A ซึ่งมีวงกลม Gerschgorin เป็นไปตามเงื่อนไขในรูปข้างต้น

ตอบ

.....
.....
.....
.....

7.2) จงหา Eigenvalues ของเมตริกซ์ A พร้อมทั้งแสดงให้เห็นว่าค่า Eigenvalues อยู่ในวงกลม Gerschgorin

ตอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

8. กำหนดเมตริกซ์

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 8 & 7 & -5 \end{pmatrix}$$

8.1) จงหา Eigenvalues

(3 คะแนน)

ตอบ

8.2) จงหา Eigenvectors

(5 คะแนน)

ตอบ

8.3) จงหาเมตริกซ์ P ที่ทำให้ $P^{-1}AP$ เป็น diagonal matrix (1 คะแนน)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

8.4) จงหาเมตริกซ์ $P^{-1}AP$ (1 คะแนน)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

9. กำหนดสมการในรูป

$$\text{Quadratic form : } 6x_1^2 + 4x_2^2 - 8x_1x_3 - 5 = 0$$

$$\text{Standard form : } -2y_1^2 + 4y_2^2 + 8y_3^2 = 5$$

ตอบคำถามต่อไปนี้

9.1) จงหาเมตริกซ์สมมาตร A จากสมการ Quadratic form ข้างต้น (2 คะแนน)

ตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

.....
.....
.....
.....
.....

9.2) จงหา Eigenvalues

(1 คะแนน)

ตอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

9.3) จงหาสมการที่ใช้สำหรับการเปลี่ยนสมการในรูป Quadratic form เป็น Standard form

(5 คะแนน)

ตอบ

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....