



PRINCE OF SONGKLA UNIVERSITY
FACULTY OF ENGINEERING

Final Examination: Semester II

Academic Year: 2013

Date: March 3, 2014

Time: 09.00-12.00

Subject: 212-381 Probability and Statistics for Electrical Engineering Room: S103

ชื่อ-นามสกุล รหัสนักศึกษา ตอนเรียนที่

หมายเหตุ

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 6..... ข้อ ในระดับความยาก 2..... หน้า
2. ห้ามการหยิบยืดสิ่งใด ๆ ทั้งสิ้น จากผู้อื่น ๆ เว้นแต่ผู้คุมสอบจะหยิบยืมให้
3. ห้ามนำส่วนใดส่วนหนึ่งของข้อสอบออกจากห้องสอบ
4. ผู้ที่ประสงค์จะออกจากห้องสอบก่อนหมดเวลาสอบ แต่ต้องไม่น้อยกว่า 30 นาที
ให้ยกมือขออนุญาตจากผู้คุมสอบก่อนจะลุกจากที่นั่ง
5. เมื่อหมดเวลาสอบ ผู้เข้าสอบต้องหยุดการเขียนใด ๆ ทั้งสิ้น
6. ผู้ที่ปฏิบัติเข้าข่ายทุจริตในการสอบ ตามประกาศคณะกรรมการคุณวิศวกรรมศาสตร์
มีโทษ คือ ปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต และพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา
7. ห้ามใช้อุปกรณ์ Tablet computer และ smart phone ทุกชนิดในห้องสอบ
8. ให้นักศึกษาระบุนำสิ่งต่อไปนี้เข้าห้องสอบได้

- | | |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> ตำรา | <input type="checkbox"/> หนังสือ |
| <input checked="" type="checkbox"/> เครื่องคิดเลข | <input type="checkbox"/> กระดาษ A4 ... - ... แผ่น |
| <input checked="" type="checkbox"/> พจนานุกรมเป็นเล่ม | |
| <input type="checkbox"/> อื่น ๆ | |

9. ให้ทำข้อสอบโดยใช้

- | | |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> ดินสอ | <input checked="" type="checkbox"/> ปากกา |
|---|---|

ผู้ออกข้อสอบ วิกลัย ชีรภพชรเดช....

นักศึกษารับทราบ ลงชื่อ

คำสั่งชี้แจงหลักการการตรวจให้คะแนน

- ให้ตอบคำถามพร้อมแสดงวิธีทำและให้รายละเอียดที่เพียงพอ คำตอบที่ไม่ชัดเจน ไม่มีที่มาและเหตุผลรองรับ จะไม่ได้รับคะแนน
 - หากจำเป็น นักศึกษาสามารถระบุข้อสมมุติฐานของนักศึกษาเพื่อใช้ประกอบการอธิบายคำตอบที่เขียนมาก็ได้
- ให้เขียนคำตอบในสมุดคำตอบเท่านั้น
- โปรดเขียนคำตอบด้วยลายมือที่อ่านได้ง่าย ลายมือที่ผู้ตรวจอ่านไม่ออกจะไม่ได้รับคะแนน

Do all problems

1 Random variables X and Y have the joint PDF

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 8xy & 0 \leq y \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Find the joint CDF $F_{X,Y}(x, y)$.

(15 points)

2 In a simple model of a cellular telephone system, a portable telephone is equally likely to be found anywhere in a circular cell of radius 4 km. Find the CDF $F_R(r)$ and PDF $f_R(r)$ of R , the distance (in km) between the telephone and the base station at the center of the cell.

(10 points)

3 Random variables X and Y have the joint PMF $P_{X,Y}(x, y)$ as shown in the table below.

$P_{X,Y}(x, y)$	$y=1$	$y=2$	$y=3$	$y=4$
$x=1$	1/4	0	0	0
$x=2$	1/8	1/8	0	0
$x=3$	1/12	1/12	1/12	0
$x=4$	1/16	1/16	1/16	1/16

3.1 The expected values $E[X]$ and $E[Y]$.

3.2 The variances $\text{Var}[X]$ and $\text{Var}[Y]$.

3.3 The correlation $r_{X,Y}$

3.4 The covariance $\text{Cov}[X,Y]$

3.5 The correlation coefficient $\rho_{X,Y}$

3.6 Let B denote the event $X+Y \leq 4$. Find the conditional PMF of X and Y given B .

(15 points)

4 Random variables X and Y have joint PDF

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 1/2 & -1 \leq x \leq y \leq 1, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

4.1 What is $f_Y(y)$?

4.2 What is $f_{X|Y}(x|y)$?

4.3 What is $E[X|Y=y]$?

(10 points)

- 5 Flip a coin until heads occur twice. The probability of a head shown equals p . Let X_1 equal the number of flips up to and including the first H . Let X_2 equal the number of additional flips up to and including the second H .

5.1 What are $P_{X_1}(x_1)$ and $P_{X_2}(x_2)$?

5.2 Find $P_{X_1, X_2}(x_1, x_2)$.

5.3 Let $Y = X_1 - X_2$. Find $E[Y]$ and $\text{Var}[Y]$. Hint: Don't try to find $P_Y(y)$.

(15 points)

- 6 When a sample of $2n + 1$ random variables (that is, when $2n + 1$ independent and identically distributed random variables) is observed, the $(n + 1)$ st smallest is called the *sample median*. If a sample of size 3 from a uniform distribution over $(0, 1)$ is observed, find the probability that the sample median is between $1/4$ and $3/4$.

(10 points)