

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

ตอนที่ 1 : มีข้อสอบ 4 ข้อ (ข้อ 1 - ข้อ 4) ทั้งหมด 80 นาที 22 คะแนน

1. จงคำนวณหาค่าต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนคำตอบให้อยู่ในรูปตามที่กำหนด

1.1) $\frac{(-1+\sqrt{3}i)^5 \times \sqrt[3]{i}}{(-\sqrt{3}-i)\left(\cos\frac{5\pi}{3}+isin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)}$ เขียนในรูป polar form (12 นาที 3 คะแนน)

ตอบ _____

1.2) $\left(\frac{i}{1+i}\right)\left(\frac{1}{1-2i}\right)\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{1/3}$ เขียนในรูป rectangular form (12 นาที 3 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

2. จงวาดกราฟ และหาสมการในรูป Cartesian form

2.1) $2 \leq |4 + 5i - z| \leq 3$ (15 นาที 5 คะแนน)

ตอบ _____

2.2) $|z + 1| = |z - i|$ (10 นาที 3 คะแนน)

ตอบ _____

3. ให้ S เป็นเซตของจุดซึ่งกำหนดโดย $z = \frac{p}{m} + \frac{q}{n}i$ โดยที่ p, q, m, n เป็นจำนวนเต็มบวก และ $p < m$, $q < n$ ตอบคำถามต่อไปนี้

3.1) ค่าของ p/m และ q/n มีค่าในช่วงใด (4 นาที 0.5 คะแนน)

ตอบ _____

3.2) จงหา limit points ของ S (3 นาที 0.5 คะแนน)

ตอบ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

3.3) เซ็ต S เป็น closed set, open set หรือไม่เป็นทั้งสองอย่าง (2 นาที 0.5 คะแนน)

ตอบ _____

3.4) เซ็ต S เป็น compact set หรือไม่ (2 นาที 0.5 คะแนน)

ตอบ _____

4. กำหนดฟังก์ชัน $f(z) = \begin{cases} \frac{xy^4 - ix^4y}{x^2 + y^2} & , z \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$ จงหาค่า Z ที่ทำให้ $f(z)$ มีความต่อเนื่อง (18 นาที 6 คะแนน)

ตอบ _____

ตอนที่ 2 : มีข้อสอบ 5 ข้อ (ข้อ 5 - ข้อ 9) ทั้งหมด 100 นาที 28 คะแนน

5. จงเติมค่าต่างๆ ลงในช่องว่างต่อไปนี้เพื่อให้นิยามหรือประโยคเป็นจริง (15 นาที 5 คะแนน)

5.1) Orthogonal Matrix $AA^t =$ _____

5.2) Unitary Matrix _____ = I_n

5.3) Symmetric Matrix $A =$ _____

5.4) Hermitian Matrix _____ = A^t

5.5) Skew-Hermitian Matrix _____ = $-A^t$

5.6) $\begin{pmatrix} \cos \theta & i^2 \sin \theta & 0 \\ i^4 \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ เป็นเมตริกซ์แบบ _____

5.7) $\begin{pmatrix} 1 & 7i & 6-3i \\ -7i & 1 & 5+i \\ 6+3i & 5-i & 1 \end{pmatrix}$ เป็นเมตริกซ์แบบ _____

5.8) $\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & i/2 & 0 \\ -i/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ เป็นเมตริกซ์แบบ _____

5.9) $\begin{pmatrix} 0 & 4i & 7i \\ 4i & 0 & 2-i \\ 7i & 2-i & 0 \end{pmatrix}$ เป็นเมตริกซ์แบบ _____

5.10) เมตริกซ์สมมาตร A ที่ทำให้สมการ Quadratic Form $x_1^2 - 8x_1x_2 + 2x_2^2$ อยู่ในรูป X^tAX คือ เมตริกซ์ข้อใดต่อไปนี้

A) $\begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} 1 & -8 \\ -8 & 2 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & -8 & 0 \\ -8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

ตอบ ข้อ _____

Student ID : _____ Name : _____ Section : _____

8. เมตริกซ์ A มี Eigenvalue เท่ากับ 3 และ 4 และมี Eigenvector เป็น $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ และ $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ตามลำดับ
จงหาเมตริกซ์ A (10 นาที 3 คะแนน)

ตอบ _____

9. กำหนดสมการ Quadratic form ในรูป $7x_1^2 + 2x_2^2 - 6x_1x_3 - x_3^2 - 5 = 0$ ตอบคำถามต่อไปนี้

9.1) จงหาเมตริกซ์สมมาตร A จากสมการ Quadratic form ข้างต้น (5 นาที 2 คะแนน)

ตอบ _____

