มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษา 2	ปีการศึกษา 2557
วันที่ 20 มีนาคม 2558	เวลา 9.00 – 12.00 น.
วิชา Intro to Theory of elastic stability	ห้องสอบ หัวหุ่น
รหัสวิชา 221-402 ,220-402	ผู้สอน ผศ.เอกรัฐ สมัครัฐกิจ

ชื่อ-สกุล..... รหัส.....

คำชี้แจง

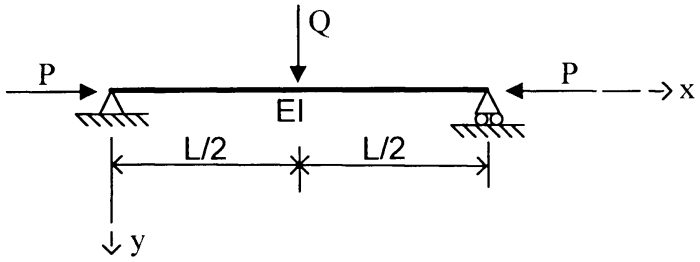
1. ข้อสอบทั้งหมดมี 5 ข้อ คะแนนรวม 50 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 5 หน้า (ไม่รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ) และห้ามแกะหรือฉีกข้อสอบออกจากเล่ม
3. ให้ทำหมดทุกข้อลงในกระดาษคำตอบ
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ ทุจริตจะได้ E
5. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด
6. กระดาษทดที่แจกให้ไม่ต้องส่งคืน ถ้าไม่พอขอเพิ่มที่อาจารย์คุมสอบ
7. ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

ตารางคะแนน

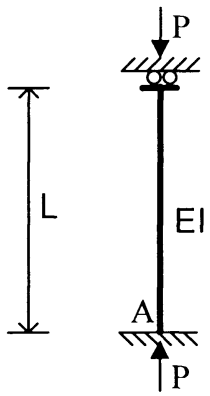
ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	10	
2	10	
3	10	
4	10	
5	10	
รวม	50	

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำ คือ พักการเรียน 2 ภาคการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต

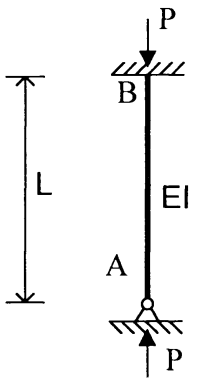
ข้อที่ 1 จงเขียนสมการการโก่งตัว การโก่งตัวและโมเมนต์ที่กึ่งกลางของ Beam-Column ที่รับแรงแบบจุด Q ที่กึ่งกลางคาน และแรงแนวแกน P



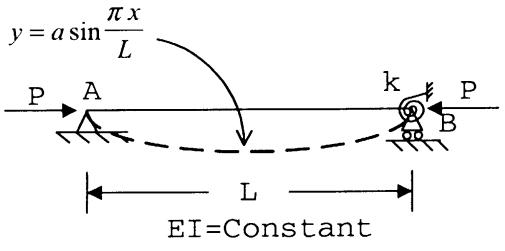
ข้อที่ 2 วิเคราะห์แรงวิกฤต (P_{cr}) ของเสาที่กำหนด โดยการใช้สมการ differential equation



ข้อที่ 3 วิเคราะห์แรงวิกฤตประมาณของเสาโดยวิธี Finite Difference กำหนดให้ n=3



ข้อที่ 4 คาน-เสาถูกยึดรั้งด้วยสปริงที่สติฟเนสการหมุน (Rotational stiffness) เท่ากับ k ที่ตำแหน่งปลาย B ดังแสดงในรูป จงวิเคราะห์หาแรงวิกฤต (P_{cr}) โดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์ กำหนดสมมติเส้นโก่งเดาะคือ $y = a\sin(\pi x/L)$



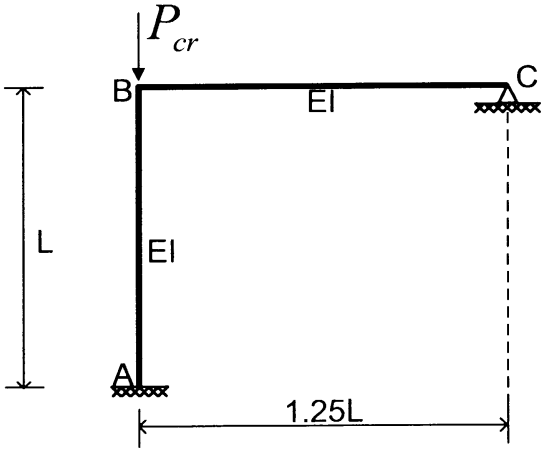
หมายเหตุ

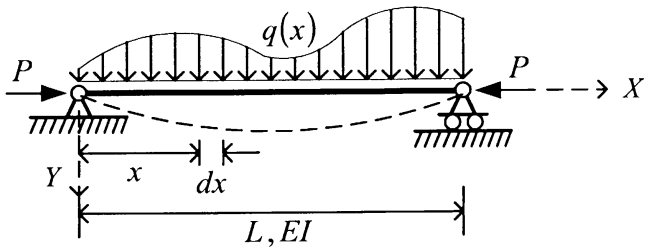
$$V = -\frac{P}{2}\int(\frac{dy}{dx})^2\,dx$$

$$U = U_{bending} + U_{spring}$$

$$U_b = \frac{1}{2}\int EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 dx\,,U_s = \frac{1}{2}K\theta^2$$

ข้อที่ 5 จงวิเคราะห์แรงวิกฤตของโครงข้อแข็งดังแสดงในรูป โดยวิธีสมการความลาดชันการโก่งตัว (Slope Deflection Method)





Differential equation of beam

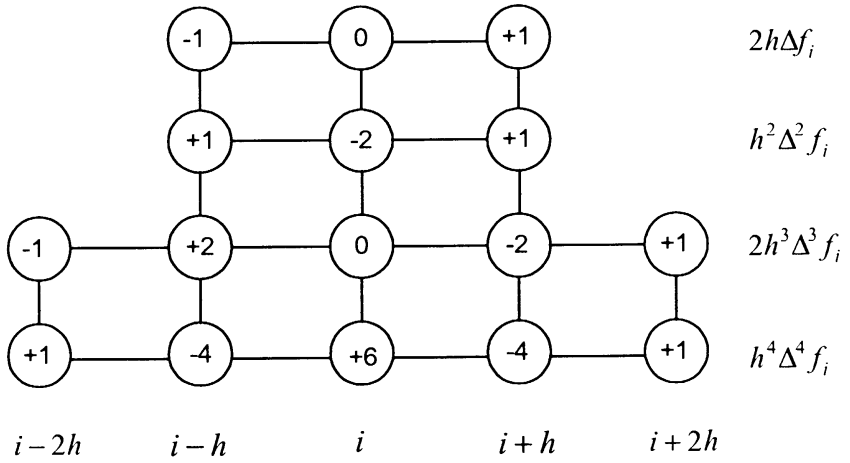
$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -M$$

$$M = Py + M_t$$

General solution

$$y = A\cos kx + B\sin kx - \frac{M_t}{P} + \frac{1}{Pk^2}\left(\frac{d^2M_t}{dx^2}\right)$$

แผนภาพโมเลกุลสำหรับอัตราส่วนผลต่าง



ตารางที่ A4 สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน

(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n+\alpha_f$	$\alpha_n-\frac{\alpha_f^2}{\alpha_n}$
3.9	6.2041	2.0611	-2.0674	-78.3349	78.5771	0.2422	0.4852
3.8	6.1241	1.0444	-1.0574	-38.1745	38.6503	0.4758	0.9575
3.7	6.0430	0.7030	-0.7230	-24.6852	25.3865	0.7013	1.4225
3.6	5.9608	0.5303	-0.5576	-17.8668	18.7860	0.9192	1.8857
3.5	5.8774	0.4250	-0.4600	-13.7190	14.8490	1.1301	2.3532
3.4	5.7928	0.3532	-0.3963	-10.9082	12.2425	1.3342	2.8316
3.3	5.7070	0.3004	-0.3523	-8.8629	10.3950	1.5321	3.3291
3.2	5.6199	0.2594	-0.3206	-7.2971	9.0212	1.7241	3.8556
3.1	5.5313	0.2260	-0.2974	-6.0519	7.9625	1.9105	4.4242
3.0	5.4414	0.1979	-0.2802	-5.0320	7.1236	2.0917	5.0528
2.9	5.3499	0.1734	-0.2676	-4.1765	6.4443	2.2678	5.7671
2.8	5.2569	0.1514	-0.2586	-3.4449	5.8842	2.4393	6.6059
2.7	5.1622	0.1310	-0.2526	-2.8091	5.4154	2.6063	7.6308
2.6	5.0657	0.1118	-0.2494	-2.2490	5.0180	2.7691	8.9475
2.5	4.9673	0.0930	-0.2486	-1.7499	4.6777	2.9278	10.7543
2.4	4.8669	0.0742	-0.2502	-1.3006	4.3833	3.0827	13.4723
2.3	4.7645	0.0550	-0.2542	-0.8926	4.1266	3.2340	18.1845
2.2	4.6597	0.0347	-0.2610	-0.5194	3.9012	3.3818	28.7813
2.1	4.5526	0.0128	-0.2707	-0.1757	3.7020	3.5263	77.8328
2.0	4.4429	-0.0115	-0.2842	0.1428	3.5248	3.6676	-86.8644
1.9	4.3304	-0.0394	-0.3022	0.4394	3.3665	3.8059	-25.3521
1.8	4.2149	-0.0726	-0.3263	0.7170	3.2244	3.9414	-13.7828
1.7	4.0961	-0.1133	-0.3588	0.9779	3.0962	4.0741	-8.8253
1.6	3.9738	-0.1658	-0.4036	1.2240	2.9801	4.2041	-6.0320
1.5	3.8476	-0.2372	-0.4681	1.4570	2.8747	4.3317	-4.2150

ตารางที่ A4 (ต่อ) สัมประสิทธิ์ความลาดชัน-การโก่งตัวของชิ้นส่วนรับแรงอัดแนวแกน

(Slope-deflection coefficients for uniform members under axial loads)

$\frac{P}{P_{cr}}$	kL	ϕ_n	ϕ_f	α_n	α_f	$\alpha_n+\alpha_f$	$\alpha_n-\frac{\alpha_f^{\,2}}{\alpha_n}$
1.4	3.7172	-0.3422	-0.5666	1.6782	2.7785	4.4568	-2.9221
1.3	3.5820	-0.5145	-0.7329	1.8889	2.6906	4.5795	-1.9437
1.2	3.4414	-0.8554	-1.0682	2.0901	2.6100	4.7001	-1.1690
1.1	3.2949	-1.8716	-2.0792	2.2827	2.5358	4.8185	-0.5343
1.0	3.1414	2026.5757	2026.3730	2.4676	2.4673	4.9349	0.0005
0.9	2.9802	2.1737	1.9757	2.6451	2.4041	5.0493	0.4600
0.8	2.8098	1.1595	0.9658	2.8161	2.3456	5.1617	0.8624
0.7	2.6283	0.8197	0.6300	2.9810	2.2912	5.2723	1.2200
0.6	2.4333	0.6487	0.4628	3.1404	2.2407	5.3811	1.5417
0.5	2.2212	0.5452	0.3630	3.2946	2.1936	5.4882	1.8341
0.4	1.9867	0.4757	0.2969	3.4440	2.1496	5.5937	2.1023
0.3	1.7204	0.4255	0.2500	3.5890	2.1085	5.6975	2.3503
0.2	1.4046	0.3874	0.2150	3.7298	2.0700	5.7999	2.5810
0.1	0.9930	0.3575	0.1881	3.8668	2.0339	5.9007	2.7970
0.0	0.0000	0.3333	0.1667	4.0000	2.0000	6.0000	3.0000

Slope Deflection Equation

$$M_A = \frac{EI}{L}\left(\alpha_n \theta_A + \alpha_f \theta_B\right) - \frac{EI}{L}\left(\alpha_n + \alpha_f\right)\frac{\Delta}{L} + M_{AB}^F$$

$$M_B = \frac{EI}{L}\left(\alpha_f \theta_A + \alpha_n \theta_B\right) - \frac{EI}{L}\left(\alpha_n + \alpha_f\right)\frac{\Delta}{L} + M_{BA}^F$$

โดยที่

$$kL = L\sqrt{\frac{P}{EI}} = \pi\sqrt{\frac{PL^2}{\pi^2 EI}} = \pi\sqrt{\frac{P}{P_{cr}}}$$

$$\phi_n = \frac{1}{(kL)^2}\left(1 - kL\cot kL\right) \qquad \phi_f = \frac{1}{(kL)^2}\left(kL\csc kL - 1\right)$$

$$= \frac{\phi_n}{\phi_n^2 - \phi_f^2} \qquad \alpha_f = \frac{\phi_f}{\phi_n^2 - \phi_f^2}$$

$$\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2} \qquad \cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$$