# มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

# คณะวิศวกรรมศาสตร์

การสอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 2 ปีการศึกษา 2557

วันที่ 19 มีนาคม 2558 เวลา 9:00 – 12:00 น.

วิชา 215-653 Computational Fluid Dynamics ห้อง หัวหุ่น

==========

**คำสั่ง**

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 6 ข้อ ให้ทำทุกข้อ ในสมุดคำตอบ
2. อนุญาตให้นำหนังสือ H. K. Versteeg & W. Malalasekera, "An Introduction to Computational Fluid Dynamics" เข้าห้องสอบได้เท่านั้น
3. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขทุกรุ่น

ทุจริตในการสอบโทษขั้นต่ำปรับตกในรายวิชานั้นและพักการเรียนหนึ่งภาคการศึกษา

| ข้อที่ | คะแนนเต็ม | คะแนนที่ได้ |
|---|---|---|
| 1 | 15 | |
| 2 | 20 | |
| 3 | 20 | |
| 4 | 15 | |
| 5 | 30 | |
| 6 | 30 | |
| รวม | 130 | |

อาจารย์ ชยุต นันทดุสิต

อาจารย์ ภาสกร เวสสะโกศล

(ผู้ออกข้อสอบ)

**ข้อที่ 1.** จงอธิบายขั้นตอนของกระบวนการของ CFDs เพื่อการจำลองการไหล และข้อดีของการใช้ CFDs เมื่อเทียบกับวิธีการทดลอง และข้อควรระวังในการใช้ CFDs

**ข้อที่ 2.** จงตอบคำถามต่อไปนี้

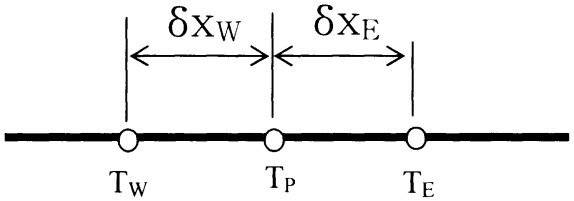
2.1 จงอธิบายความหมายทางกายภาพของ Substantial derivative

2.2 เงื่อนไขสำคัญในการใช้สมการ Navier-Stokes คืออะไร จงอธิบายความหมายของแต่ละเทอมในสมการ

2.3 จงอธิบายความหมายของแต่ละเทอมในสมการ General transport equations

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \mathrm{div}(\rho\phi\bar{u}) = \mathrm{div}(\Gamma \mathrm{grad}\phi) + S_\phi$$

**ข้อที่ 3.** จงอธิบายหลักการของระเบียบวิธีการแก้ปัญหาทางพลศาสตร์ของไหลโดยใช้ Finite Difference Method, Finite Volume Method แต่ละวิธีมีจุดเด่นหรือจุดด้อยอะไร และจงหาสมการเชิงพีชคณิตของสมการ $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$ ในรูปของตัวแปรที่แสดงในรูปข้างล่างโดยใช้ Finite Difference Method และ Finite Volume Method




**Hint: Taylor's series expansion**

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \frac{\partial f}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\frac{(\Delta x)^2}{2} + \cdots \frac{\partial^n f}{\partial x^n}\frac{(\Delta x)^n}{n!} + \cdots$$

**ข้อที่ 4.** โดยทั่วไปแล้วสมการอนุพันธ์จะต้องใช้เงื่อนไข Initial condition หรือ Boundary condition ในการหาคำตอบ ซึ่งสามารถแบ่งปัญหาออกได้เป็น 3 ประเภท คือ Elliptic problem, Hyperbolic problem และ Parabolic problem จงแสดงว่าสมการของคลื่นอันดับที่ 2

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

เป็นสมการแบบ Hyperbolic problem

**ข้อที่ 5.** ให้เขียนตอบเป็นภาษาไทย (ห้ามลอกภาษาอังกฤษจากหนังสือ)

5.1 ถ้า $\varphi = \Phi + \varphi'$ และ $\psi = \Psi + \psi'$ จงพิสูจน์ว่า $\overline{\varphi\psi} = \Phi\Psi + \overline{\varphi'\psi'}$

5.2 จงอธิบายแนวคิดของการใช้ Reynolds-averaged Navier-Stokes equation ในการแก้ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วน มีข้อแตกต่างกับวิธีการแก้สมการ Navier-Stokes equation อย่างไร

5.3 ในการแก้ปัญหาการไหลแบบปั่นป่วนทำไมมีความจำเป็นต้องใช้ Turbulence modeling และมีแนวคิดในการโมเดลเทอม Reynolds Stresses อย่างไร

5.4 แบบจำลองแบบ Zero-equation model (Mixing Length model), Two-equation model, Reynolds Stress model และ Algebraic Stress model แต่ละแบบมีจุดเด่น และมีจุดด้อยหรือข้อจำกัดในการใช้งานอะไรบ้าง?

5.5 ข้อจำกัดในการใช้ Standard k-epsilon model คืออะไร

5.6 Wall function คืออะไร มีข้อจำกัดการใช้งานหรือไม่ ถ้ามีอะไรคือข้อจำกัด

**ข้อที่ 6.** พิจารณาการนำความร้อนที่สภาวะคงตัวใน slab หนา L ภายใน slab มีการผลิตความร้อนในอัตราคงที่ g $W/m^3$ พื้นผิว x=0 มีอุณหภูมิคงที่เท่ากับ $f_0$ ในขณะที่พื้นผิว x=L **สูญเสียความร้อน**แบบพาความร้อน (convection) ให้กับอากาศที่มีสัมประสิทธิ์การพาความร้อน h และอุณหภูมิ $T_\infty$ กำหนดให้แบ่งโดเมนออกมาเป็นห้าส่วนเท่าๆกัน

**คำสั่ง** ให้เขียนสมการพีชคณิตสำหรับการหาคำตอบให้กับจุดต่างๆด้วย**วิธี finite volume** สำหรับปัญหาการนำความร้อน (ค่าที่รู้แล้วให้ย้ายไปไว้ที่ด้านขวามือของสมการ) โดยกำหนดให้สมการของปัญหา และเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาคือ

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) + g = 0 \quad \text{in } 0 < x < L$$

$$T = f_0 \qquad \text{at } x = 0$$

$$k\frac{dT}{dx} + hT = hT_\infty \quad \text{at } x = L$$

**แนะนำ:** อุณหภูมิที่ไม่รู้ค่า (บนขอบเขต) ให้ใช้วิธีประมาณนอกช่วงจากอุณหภูมิของจุดที่อยู่ภายในโดเมน และความชันของอุณหภูมิ ($dT/dx$) นอกช่วง (extrapolation) ตามหลักการของอนุกรมเทย์เลอร์ (Backward difference หรือ Forward difference) เช่น $T(x+\Delta x) = T(x) + \left.\frac{dT}{dx}\right|_x (\Delta x)$

**การเขียนสมการให้ใช้วิธี finite volume เท่านั้น) ถ้าใช้วิธี finite difference ถือว่าไม่ตรงตามสิ่งที่โจทย์กำหนด**