มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบปลายภาค ประจำภาคการศึกษา 2	ปีการศึกษา 2557
วันที่ 14 พฤษภาคม 2558	เวลา 13.30-16.30 น.
วิชา Intro to Theory of elastic stability	ห้องสอบ S201
รหัสวิชา 220-402	ผู้สอน ผศ.เอกรัฐ สมัครัฐกิจ

ชื่อ-สกุล..... รหัส.....

คำชี้แจง

1. ข้อสอบทั้งหมดมี 4 ข้อ คะแนนรวม 80 คะแนน ดังแสดงในตารางข้างล่าง
2. ข้อสอบมีทั้งหมด 3 หน้า (ไม่รวมปก) ผู้สอบต้องตรวจสอบว่ามีครบทุกหน้าหรือไม่ (ก่อนลงมือทำ) และห้ามแกะหรือฉีกข้อสอบออกจากเล่ม
3. ให้ทำหมดทุกข้อลงในกระดาษคำตอบ
4. ห้ามนำเอกสารใดๆ เข้าห้องสอบ ทุจริตจะได้ E
5. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ทุกชนิด
6. ให้เขียนรหัสในสมุดคำถามทุกหน้า
7. กระดาษทดที่แจกให้ไม่ต้องส่งคืน ถ้าไม่พอขอเพิ่มที่อาจารย์คุมสอบ
8. ห้ามหยิบ หรือยืมสิ่งของใดๆ ของผู้อื่นในห้องสอบ

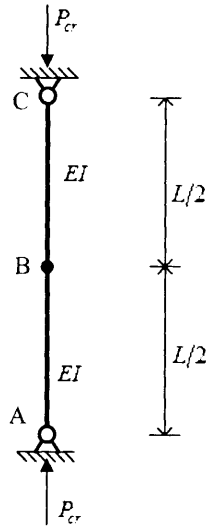
ตารางคะแนน

ข้อที่	คะแนนเต็ม	ได้
1	20	
2	20	
3	20	
4	20	
รวม	80	

ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำ คือ พักการเรียน 2 ภาคการศึกษา และปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต

รหัส.....

ข้อที่ 1 จงวิเคราะห์แรงวิกฤต (P_{cr}) ของเสารับแรงแนวแกนที่ปลายทั้งสองเป็นแบบหมุด ดังแสดงในในรูป โดยวิธีเมตริกซ์ และให้แบ่งเสาความยาว L ออกเป็นสองส่วนเท่าๆ กัน



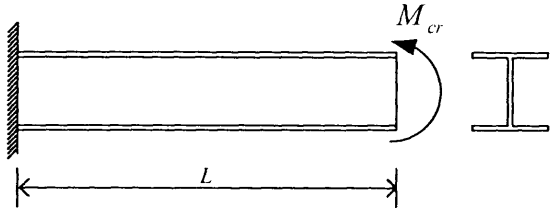
ข้อที่ 2 สมการที่ a เป็นสมการกำลังสามของแรงอัดตามแนวแกน (P) ซึ่งรากของสมการคือแรงวิกฤตของชิ้นส่วนสำหรับกรณีที่หน้าตัดใดๆ ที่คำนึงผลของการบิดด้วย กรณีเสารูปหน้าตัดที่มีแกนสมมาตร 1 แกน จะมีรูปแบบการวิบัติกี่รูปแบบ และมีค่าแรงวิกฤตเท่าไร จงอธิบาย

$$(P_y - P)(P_x - P)(P_\phi - P) - (P_y - P)\frac{P^2 x_0^2}{r_0^2} - (P_x - P)\frac{P^2 y_0^2}{r_0^2} = 0 \qquad \text{(a)}$$

โดยที่ $P_y = \dfrac{\pi^2 EI_y}{L^2}$ $P_x = \dfrac{\pi^2 EI_x}{L^2}$ $P_\phi = \dfrac{1}{r_0^2}\left[GJ + \dfrac{\pi^2 EC_w}{L^2}\right]$

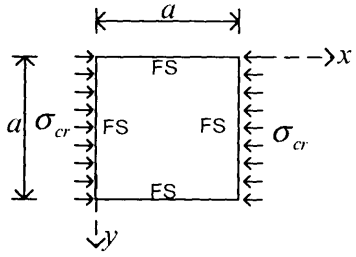
ข้อที่ 3 จงวิเคราะห์โมเมนต์วิกฤตของคานยื่นที่มีหน้าตัดรูปตัวไอมีความยาว L ดังแสดงในรูป โดยวิธีเรย์ลี-ริตซ์ สมมติฟังก์ชันการเปลี่ยนรูปคือ $u = A(1-\cos(\pi z/L))$ และ $\beta = B(1-\cos(\pi z/L))$ กำหนดให้ Total Potential Energy ในกรณีที่คานรับโมเมนต์ดัดคือ

$$U + V = \frac{1}{2}EI_y\int_0^L\left(\frac{d^2u}{dz^2}\right)^2 dz + \frac{1}{2}GJ\int_0^L\left(\frac{d\beta}{dz}\right)^2 dz + \frac{1}{2}EC_w\int_0^L\left(\frac{d^2\beta}{dz^2}\right)^2 dz - M\int_0^L\frac{du}{dz}\frac{d\beta}{dz}dz$$



รหัส.....

ข้อที่ 4 วิเคราะห์หน่วยแรงวิกฤตประมาณโดยวิธีเรย์ลี-ริดซ์ ของแผ่นบางที่มีความหนา h ความแข็งเกร็งการดัด (Flexural Rigidity) D โดยมีการยึดรั้งที่ขอบทั้ง 4 ด้านเป็นแบบยึดแน่น (Fixed Supports) ดังแสดงในรูป กำหนดให้สมการการโก่งเดาะเริ่มต้นของแผ่นบางอยู่ในรูปสมการ $w(x,y) = A(1-\cos\frac{2\pi x}{a})(1-\cos\frac{2\pi y}{a})$



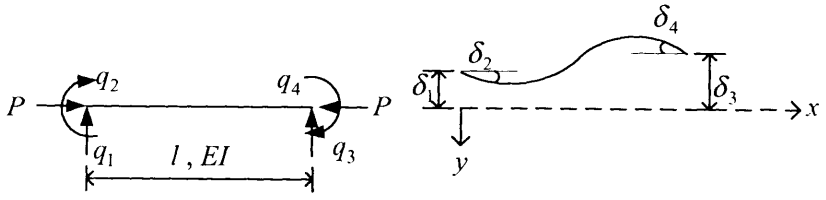
กำหนดให้

$$U = \frac{D}{2}\int_0^a\int_0^a\left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 + 2\mu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\mu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial y}\right)^2\right]dx\,dy$$

$$V = -\frac{1}{2}\int_0^a\int_0^a\left(N_x\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + N_y\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + 2N_{xy}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right)dx dy$$

รหัส.....

Matrix Stiffness



(a) (b)

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2/l \\ q_3 \\ q_4/l \end{Bmatrix} = \left[\frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6 & -12 & -6 \\ -6 & 4 & 6 & 2 \\ -12 & 6 & 12 & 6 \\ -6 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix} - \frac{P}{l} \begin{bmatrix} \frac{6}{5} & -\frac{1}{10} & -\frac{6}{5} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{2}{15} & \frac{1}{10} & -\frac{1}{30} \\ -\frac{6}{5} & \frac{1}{10} & \frac{6}{5} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & -\frac{1}{30} & \frac{1}{10} & \frac{2}{15} \end{bmatrix} \right] \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 l \\ \delta_3 \\ \delta_4 l \end{Bmatrix}$$

กำหนด $[K] = [B]^T [k][B]$ และ $[\delta] = [B][\Delta]$

$$\sin^2\theta = \frac{1-\cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2\theta = \frac{1+\cos 2\theta}{2}$$