มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

คณะวิศวกรรมศาสตร์

สอบกลางภาค ประจำภาคการศึกษาที่ 1	ปีการศึกษา : 2558
วันที่ : 5 ตุลาคม 2558	เวลา : 09:00 – 12:00
วิชา : 241-306 Signal and Systems	ห้อง : S101

<u>ทุจริตในการสอบ โทษขั้นต่ำคือ ปรับตกในรายวิชาที่ทุจริต และพักการเรียน 1 ภาคการศึกษา</u>

<u>คำสั่ง</u>

1. ข้อสอบมีทั้งหมด 3 ตอน (45 คะแนน) จำนวน 15 หน้า (ไม่รวมปก)

   ตอนที่ 1 มี 4 ข้อ 13 คะแนน

   ตอนที่ 2 มี 5 ข้อ 17 คะแนน

   ตอนที่ 3 มี 4 ข้อ 15 คะแนน

   รวมทั้งหมด 12 หน้า (รวมปก) ให้นักศึกษาทำข้อสอบทุกตอน และทุกข้อ
2. ห้ามนำ <u>เครื่องคิดเลข หรือ เอกสารใดๆ</u> เข้าห้องสอบ
3. อนุญาตให้เขียนด้วยดินสอได้
4. แสดงวิธีทำและเขียนคำตอบให้ชัดเจน ถ้าอ่านไม่ออกหรือไม่แสดงวิธีทำหมายความว่าคำตอบผิด
5. ถ้าเขียนคำตอบไม่พอในหน้านั้น ให้เขียนเพิ่มเติมด้านหลังของกระดาษในข้อนั้น
6. ข้อสอบแต่ละข้อคะแนนไม่เท่ากัน

รหัสนักศึกษา :____________________ชื่อ :____

คำถาม	1	2	3	4	5	รวม
ตอนที่ 1						
ตอนที่ 2						
ตอนที่ 3						

ชื่อ-นามสกุล____ รหัสนักศึกษา______________________

<u>ตอนที่ 1</u> มีทั้งหมด 4 ข้อ รวม 13 คะแนน

1. จากสัญญาณที่กำหนดให้ แต่ละข้อต่อไปนี้ พิจารณาว่าเป็นสัญญาณมีคาบหรือไม่ ถ้าเป็นสัญญาณมีคาบ (Periodic Signal) คาบของสัญญาณ มีค่าเป็นเท่าไร (2 คะแนน)

   1.1) $x[n] = 2sin\left(\frac{2\pi n}{6}\right) + \cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$ (1 คะแนน)

   1.2) $x(t) = \frac{e^{-j3t}}{2} + e^{1+j5t}$ (1 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล______________________________ รหัสนักศึกษา________________

2. จงวาดรูปสัญญาณต่อไปนี้ พร้อมทั้งระบุ amplitude ของสัญญาณให้ครบถ้วน (3 คะแนน)

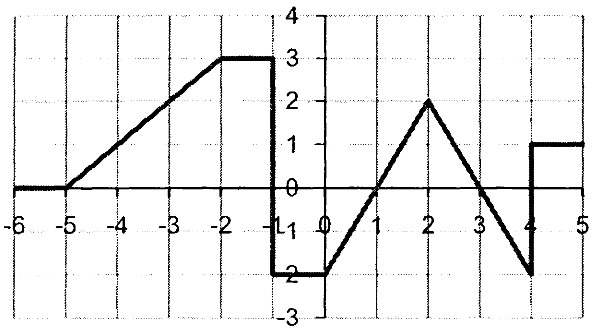
2.1 $x(t) = e^{-2t}\{u(t+1) - u(t-4)\}$

2.2 $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\{\delta[n-3k] - \delta[n-1-3k]\}$

2.3 $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\frac{t-3k}{2})$

ชื่อ-นามสกุล____________________ รหัสนักศึกษา____________

3. กำหนดให้สัญญาณ $x(t)$ มีลักษณะดังรูป จงวาดรูปสัญญาณ $y(t) = 2x(-5-2t)$ (3 คะแนน)



ชื่อ-นามสกุล________________________________ รหัสนักศึกษา____________________

4. พิจารณาคุณสมบัติของระบบ $y(t) = tx\left(\frac{t}{2} - 6\right)$ จงพิสูจน์ให้เห็นว่าระบบมีคุณสมบัติใดต่อไปนี้
Memoryless, Causal, Stable, Time invariance, Linear (5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล______________________________ รหัสนักศึกษา______________

<u>ตอนที่ 2</u> มีทั้งหมด 5 ข้อ รวม 17 คะแนน

1. กำหนดให้ LTI System มีสมการของสัญญาณ

$$x(t) = u(t-4) - u(t+3)$$

$$h(t) = e^{-\frac{t}{3}}u(t-2)$$

จงแสดงวิธีคำนวณหาผลตอบสนองของระบบ $y(t)$ (5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล____________________ รหัสนักศึกษา____________

2. กำหนดให้ LTI System มีสมการของสัญญาณ

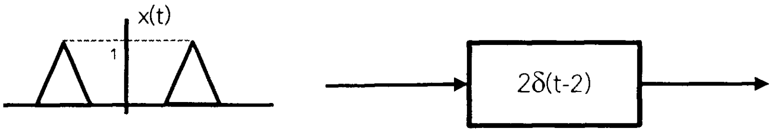
$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n \{u[n-1] - u[n-6]\}$$

$$h[n] = -u[n-1]$$

จงหาผลตอบสนองของระบบ $y[n]$ โดยใช้ตารางในการคำนวณ พร้อมทั้งวาดรูปสัญญาณที่ได้ (5 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล____________________ รหัสนักศึกษา____________

3. จากรูปด้านล่างจงอธิบายหลักการหา y[n] พร้อมวาดรูป (2 คะแนน)



4. จงวาด block diagram ของระบบที่กำหนดให้ (2 คะแนน)

$$2y[n] + y[n-2] - 3y[n-3] = x[n] - 4x[n-1]$$

ชื่อ-นามสกุล______________________ รหัสนักศึกษา______________

5. ระบบมีสมการความสัมพันธ์

$$2y[n] - y[n-1] = 4x[n-4]\ ;\quad n \geq 0 \qquad \text{และ} \qquad y[n] = 0\ ;\ n < 0$$

จงหาสมการ impulse response ของระบบ (3 คะแนน)

ชื่อ-นามสกุล____________________ รหัสนักศึกษา____________

<u>ตอนที่ 3</u> ข้อสอบทั้งหมด 4 ข้อ 15 คะแนน

1. สัญญาณ x(t) มีคาบ T=10 และมี Fourier series coefficients ดังนี้ (3 คะแนน)

$$a_1 = a_{-1}^{*} = 1 + j,\;\; a_3 = a^{*}{}_{-3} = -2$$

จงเขียนสัญญาณ x(t) ให้อยู่ในรูป

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(\omega_k t - \emptyset_k)$$

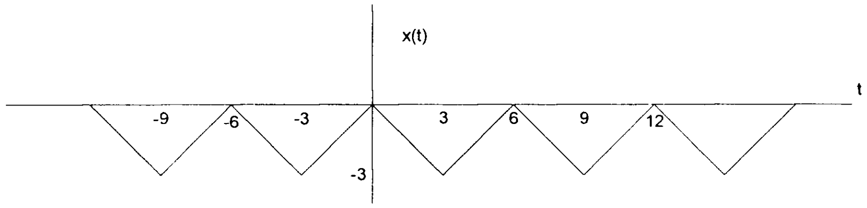
ชื่อ-นามสกุล________________________________ รหัสนักศึกษา____________________

2. จงหาอนุกรมฟูเรียร์และคาบของสัญญาณ x[n] พร้อมทั้งวาดรูป Magnitude และ phase ของสัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูเรียร์ (4 คะแนน)

$$x[n] = 2 + \cos\left(\frac{2\pi n}{3} + \frac{\pi}{4}\right) + 4sin\left(\frac{\pi n}{2}\right)$$

ชื่อ-นามสกุล______________________________ รหัสนักศึกษา______________

3. จงหา Fourier series coefficient ของสัญญาณ x(t) ซึ่งมีคาบมูลฐาน T=4 โดยใช้คุณสมบัติ และจัดให้อยู่ในรูป sin หรือ cos (**4**คะแนน)



ชื่อ-นามสกุล______________________________ รหัสนักศึกษา______________

4. จงหา Fourier series representation ของ $y[n]$ เมื่อ $x[n] = \cos((3\pi/8)n+\pi/4)$ (4 คะแนน)

$$y[n]-\frac{1}{2}y[n-1]=x[n]$$

ชื่อ-นามสกุล____ รหัสนักศึกษา____________________

สูตรที่จำเป็น

$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$

$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, h[n-k]$

$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$

$x[n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k e^{jk\omega_0 n}$

$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)e^{-jk\omega_0 t}dt$

$a_k = \frac{1}{N}\sum_{n=<N>} x[n]e^{-jk\omega_0 n}$

$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-s\tau}d\tau$

$H(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k]z^{-k}$

$H(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t}dt$

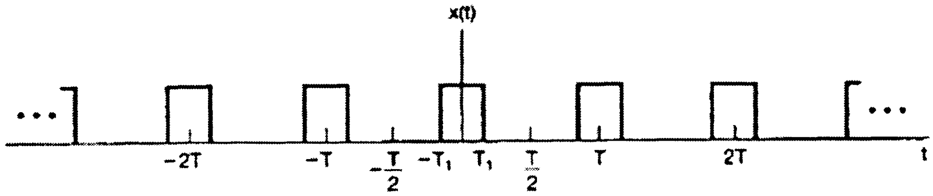
$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\omega n}$

$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k H(jk\omega_0)e^{jk\omega_0 t}$

$y[n] = \sum_{k=\langle N\rangle} a_k H(e^{jk\omega_0})e^{jk\omega_0 n}$

กำหนดให้สัมประสิทธิ์ของอนุกรมฟูเรียร์ของสัญญาณในรูปที่ 5 ดังนี้

$$x(t) \overset{FS}{\rightarrow} 2\frac{\sin(k\omega_0 T_1)}{k\omega_0 T}$$



รูปที่ 5

ชื่อ-นามสกุล________________________________ รหัสนักศึกษา________________

TABLE 3.1 PROPERTIES OF CONTINUOUS-TIME FOURIER SERIES

Property	Section	Periodic Signal	Fourier Series Coefficients
		$\left.\begin{array}{l} x(t) \\ y(t) \end{array}\right\}$ Periodic with period T and fundamental frequency $\omega_0 = 2\pi/T$	a_k b_k
Linearity	3.5.1	$Ax(t) + By(t)$	$Aa_k + Bb_k$
Time Shifting	3.5.2	$x(t - t_0)$	$a_k e^{-jk\omega_0 t_0} = a_k e^{-jk(2\pi/T)t_0}$
Frequency Shifting		$e^{jM\omega_0 t}x(t) = e^{jM(2\pi/T)t}x(t)$	a_{k-M}
Conjugation	3.5.6	$x^*(t)$	a^*_{-k}
Time Reversal	3.5.3	$x(-t)$	a_{-k}
Time Scaling	3.5.4	$x(\alpha t), \alpha > 0$ (periodic with period T/α)	a_k
Periodic Convolution		$\int_T x(\tau)y(t-\tau)d\tau$	$Ta_k b_k$
Multiplication	3.5.5	$x(t)y(t)$	$\sum_{l=-\infty}^{+\infty} a_l b_{k-l}$
Differentiation		$\frac{dx(t)}{dt}$	$jk\omega_0 a_k = jk\frac{2\pi}{T}a_k$
Integration		$\int_{-\infty}^{t} x(t)dt$ (finite valued and periodic only if $a_0 = 0$)	$\left(\frac{1}{jk\omega_0}\right)a_k = \left(\frac{1}{jk(2\pi/T)}\right)a_k$
Conjugate Symmetry for Real Signals	3.5.6	$x(t)$ real	$\begin{cases} a_k = a^*_{-k} \\ \mathcal{R}e\{a_k\} = \mathcal{R}e\{a_{-k}\} \\ \mathcal{I}m\{a_k\} = -\mathcal{I}m\{a_{-k}\} \\ \lvert a_k\rvert = \lvert a_{-k}\rvert \\ \sphericalangle a_k = -\sphericalangle a_{-k} \end{cases}$
Real and Even Signals	3.5.6	$x(t)$ real and even	a_k real and even
Real and Odd Signals	3.5.6	$x(t)$ real and odd	a_k purely imaginary and odd
Even-Odd Decomposition of Real Signals		$\begin{cases} x_e(t) = \mathcal{E}v\{x(t)\} & [x(t) \text{ real}] \\ x_o(t) = \mathcal{O}d\{x(t)\} & [x(t) \text{ real}] \end{cases}$	$\mathcal{R}e\{a_k\}$ $j\mathcal{I}m\{a_k\}$

Parseval's Relation for Periodic Signals

$$\frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} |a_k|^2$$

ชื่อ-นามสกุล____ รหัสนักศึกษา____________________

TABLE 3.2 PROPERTIES OF DISCRETE-TIME FOURIER SERIES

Property	Periodic Signal	Fourier Series Coefficients
	$\left.\begin{array}{l} x[n] \\ y[n] \end{array}\right\}$ Periodic with period N and fundamental frequency $\omega_0 = 2\pi/N$	$\left.\begin{array}{l} a_k \\ b_k \end{array}\right\}$ Periodic with period N
Linearity	$Ax[n] + By[n]$	$Aa_k + Bb_k$
Time Shifting	$x[n - n_0]$	$a_k e^{-jk(2\pi/N)n_0}$
Frequency Shifting	$e^{jM(2\pi/N)n} x[n]$	a_{k-M}
Conjugation	$x^*[n]$	a^*_{-k}
Time Reversal	$x[-n]$	a_{-k}
Time Scaling	$x_{(m)}[n] = \begin{cases} x[n/m], & \text{if } n \text{ is a multiple of } m \\ 0, & \text{if } n \text{ is not a multiple of } m \end{cases}$ (periodic with period mN)	$\frac{1}{m} a_k \begin{pmatrix} \text{viewed as periodic} \\ \text{with period } mN \end{pmatrix}$
Periodic Convolution	$\sum_{r=\langle N \rangle} x[r]y[n-r]$	$Na_k b_k$
Multiplication	$x[n]y[n]$	$\sum_{l=\langle N \rangle} a_l b_{k-l}$
First Difference	$x[n] - x[n-1]$	$(1 - e^{-jk(2\pi/N)})a_k$
Running Sum	$\sum_{k=-\infty}^{n} x[k] \begin{pmatrix} \text{finite valued and periodic only} \\ \text{if } a_0 = 0 \end{pmatrix}$	$\left(\frac{1}{(1 - e^{-jk(2\pi/N)})}\right) a_k$
Conjugate Symmetry for Real Signals	$x[n]$ real	$\begin{cases} a_k = a^*_{-k} \\ \mathcal{R}e\{a_k\} = \mathcal{R}e\{a_{-k}\} \\ \mathcal{I}m\{a_k\} = -\mathcal{I}m\{a_{-k}\} \\ \lvert a_k \rvert = \lvert a_{-k} \rvert \\ \sphericalangle a_k = -\sphericalangle a_{-k} \end{cases}$
Real and Even Signals	$x[n]$ real and even	a_k real and even
Real and Odd Signals	$x[n]$ real and odd	a_k purely imaginary and odd
Even-Odd Decomposition of Real Signals	$\begin{cases} x_e[n] = \mathcal{E}v\{x[n]\} & [x[n] \text{ real}] \\ x_o[n] = \mathcal{O}d\{x[n]\} & [x[n] \text{ real}] \end{cases}$	$\mathcal{R}e\{a_k\}$ $j\mathcal{I}m\{a_k\}$

Parseval's Relation for Periodic Signals

$$\frac{1}{N} \sum_{n=\langle N \rangle} \lvert x[n] \rvert^2 = \sum_{k=\langle N \rangle} \lvert a_k \rvert^2$$